

Bemerkungen zur Arbeit: *Joghurtverpackungen unter der mathematischen Lupe — ist ein Joghurtbecher aus dünnem Plastik mit Karton-Umverpackung ökologisch sinnvoll?* von Irene Grafenhofer und Ingrid Hupp. In: *Realitätsbezug im Mathematikunterricht*. MU, Jahrgang 61, Heft 5. Oktober 2015. Herausgeber: Hans-Stefan Siller.

(1) Beginnen wir mit den letzten Überlegungen der Arbeit. Hier wird für der Transport von Joghurt-Bechern berechnet, welchen Anteil der Kraftstoffmehrverbrauch am Gesamtkraftstoffverbrauch einnimmt, wenn sich das Gewicht der Verpackung eines 500 g Bechers von 15 g um 4 g erhöht, wenn also ein Becher 519 g statt 515 g wiegt. Geht man (wie im Artikel) davon aus, dass sich die Transportkosten proportional erhöhen, so muss man also den Bruch $4/519 \approx 0,0077$ berechnen: es handelt sich um 0,77%. Rechnet man nur überschlagsweise, so wird man 5 g mit 500 g vergleichen, und erhält 1%.

Der Artikel kommt (nach langwierigen Rechnungen) auf einen Anteil von ca. 0,2%. Das muss natürlich überraschen. Der Grund dieses Fehlers: Ausgehend von einem Joghurt-Verbrauch von $1,3 \cdot 10^9$ kg wird die Anzahl der dafür benötigten 500 g-Becher mit $0,69 \cdot 10^9$ angegeben: **es wird durch 2 dividiert, statt mit 2 multipliziert** (p.54, Zeile 18).

Die langwierigen Rechnungen gehen vom Joghurt-Verbrauch in Deutschland aus, verwenden die Einwohnerzahl, das Gewicht eines Liters Diesel, die Länge des Transportwegs. Dass es den oben notierten viel einfacheren Zugang gibt, wird nicht verraten. Übrigens werden die Rechnungen gleich zweimal durchgeführt, mit zwei verschiedenen Vorgaben der Länge des Transportwegs. Hier sind wir nun beim eigentlichen Problem: mit welchem Transportweg sollte man arbeiten? Der Text arbeitet mit folgenden Daten: *Transportwege der verpackten Joghurtbecher: 2500 – 9000 km*. Zumindest beim letzten Wert gerät man ins Grübeln.

(2) Als Gesamtkraftstoff-Verbrauch eines LKW wird 8 l pro 100 km angesetzt (Seite 54 unten und 55 oben — die Autorinnen rechnen bei 2500 km mit 0,01 l pro kg, bzw bei 9000 km mit 0,036 l pro kg).

Im allgemeinen geht man davon aus, dass der Dieserverbrauch eines LKWs (40 t, also sagen wir 25 t Nutzlast) bei etwa 36 l pro 100 km liegt (demnach ist der Dieserverbrauch pro kg bei 2500 km $25 \cdot 36 / 25000$ l = 0,036 l, bei 9000 km $90 \cdot 36 / 25000$ l = 0,13 l.)

Auf Seite 53, direkt unter der Tabelle 2, wird versucht, für die 8 l-Zahl im Fall von Mehrbeladungen eine (auch da nicht wirklich nachvollziehbare) Begründung zu geben, diese Begründung greift aber im Fall des *Gesamtkraftstoffverbrauchs für diese Joghurtbecher* (und darum geht es bei den Rechnungen auf Seite 54 unten und 55 oben) gerade nicht!

(3) Der eigentliche Skandal ist aber folgender: Mehrere Rechnungen des Textes gehen von der Annahme aus, dass man als Transportweg eines verpackten Joghurtbechers 9000 km ansetzen kann. Verwiesen wird hier auf zwei Internet-Quellen: auf eine belgische Verbraucherschutz-Zentrale mit dem Titel *Die lange Reise eines Joghurtbechers*, und die Arbeit *Erfassung und Bewertung von Transportvorgängen: Die produktbezogene Transportkettenanalyse*, von S. Böge (Wuppertal Institut, 1992). Diese Arbeit ist die Primärquelle, auf die auch die belgische Verbraucherschutz-Zentrale verweist: *Erdbeeren aus Polen, Bakterien aus Schleswig-Holstein, Aluminiumdeckel aus dem Rheinland: Dr. Stefanie Böge hat vor rund 20 Jahren einen Erdbeerjoghurt in seine Einzelteile zerlegt und für buchstäblich für jedes Teil die gefahrenen Kilometer, Transportkosten und Schadstoffe*

errechnet. Mehr als 9.000 Kilometer hat dieser Joghurtbecher hinter sich. Dies ist die Zahl, die von Grafenhofer und Hupp in ihren Rechnungen verwendet wird.

Um zu sehen, wie diese Zahl zustande kommt, muss man allerdings weiterlesen: *Die Bakterienkulturen stammten aus Schleswig-Holstein (917 km) und die Erdbeeren wurden von Polen zunächst nach Aachen, dann nach Stuttgart gekarrt (1246 km). Diese Strecken scheinen noch recht übersichtlich, doch bei Zucker, Glasbecher, Aluminiumdeckel bis hin zum Etikettenleim, wird die Streckenführung recht lang und kompliziert. 3.494 Kilometer von Zulieferer zum Hersteller, dann 4.953 Zulieferer-Zulieferer Kilometer und noch 668 Vertriebskilometer bringen fast das Fass oder den "Joghurtbecher" zum Überlaufen. Da fallen die 36 Kilometer für die Milch kaum ins Gewicht. So kommen halt 9.115 Kilometer zusammen.* Eine genauere Aufschlüsselung der Transportwege der Einzelkomponenten (ebenfalls auf Böges Untersuchung basierend) findet man bei Hoppe und Gross: *Ein Joghurt kommt in Fahrt*, ZeitMagazin, Nr. 5 (1993), auch diese Arbeit ist (leicht gekürzt) im Internet verfügbar,

Wie sich zeigt, handelt es sich bei der Zahl 9115 km um die **Summe** der Transportstreckenlängen der einzelnen Komponenten. Sie ist **eine deklamatorische Größe**, die auf *die Struktur unserer Wirtschaft, die immer mehr auf den Verkehr setzt*, aufmerksam machen möchte, **keinesfalls aber eine reale Rechengröße**. Sucht man nach einer relevanten Rechengröße, so müsste man statt mit der Summe mit einem **gewichteten Mittel** arbeiten: man müsste den Transportweg jeder einzelnen Komponente des Joghurtbechers mit seinem Anteil (gegebenenfalls unter Berücksichtigung von Schwundfaktoren) gewichten (der Anteil der Fruchtzubereitung beträgt 13,3 %, die der Joghurtkulturen überhaupt nur 0,03 %, all dies steht bei Böge). **Die Verwendung von Summen statt von gewichteten Mitteln halten wir für einen bewussten Missbrauch von Mathematik!**

Die (wirklich informative) Arbeit von Böge enthält vielerlei Berechnungen; es ist aber die Zahl von 9115 km (die bei Böge **nicht** steht, sie stammt aus dem Zeit-Artikel von Hoppe-Gross) die im Internet immer wieder zitiert wird. Grafenhofer und Hupp arbeiten mehrfach mit dieser Zahl, ohne sie zu hinterfragen: p.54, Zeile 18 und Tabelle 3, p.54, Zeilen 23-25, p.55, Zeilen 1-3. Dies scheint ein sehr schönes Beispiel dafür zu sein, wie vorsichtig man bei der Internet-Recherche (wie bei jeder anderen Recherche) sein muss: es genügt keinesfalls, Angaben zu übernehmen, ohne sich um deren Bedeutung zu scheren.

Wie gesagt, auch wenn die Autorinnen im Hinblick auf die Zahl 9115 km auf Böge verweisen: diese Zahl findet man dort nirgends. Man kann aber andere Zahlen, die sich bei Böge finden, heranziehen: so steht bei Böge: *Wird beispielsweise ein 150g-Glas Erdbeerjoghurt in einem Einzelhandelsgeschäft in Süddeutschland gekauft, ist dafür ein LKW mindestens 9,2 m gefahren* (Böge, p.8). Geht man von einer LKW-Nutzlast von 20 t aus, und verwendet man, dass 1 t gerade 4167 150g-Joghurtgläsern entspricht (Böge p.8), so fährt also ein einzelnes Joghurtglas $20 \times 4167 \times 9,2 \text{ m} = 770 \text{ km}$ (und nicht etwa 9000 km). Diese Zahl bezieht sich (entsprechend den Annahmen bei Böge auf Joghurts, die im Umkreis von Stuttgart ausgeliefert werden (mit einem Auslieferungsweg von 110 km), der Zeit-Artikel müsste diesen Auslieferungsweg durch die Entfernung Stuttgart - Hamburg (668 km) ersetzen.

Zusätze. 1. Grafenhofer und Hupp nennen die Zahl 9115 km das *Maximum an Transportwegen*. Folgt man der Logik ihrer Argumentation, so sieht man sofort, dass man auch

noch viel größere Zahlen verwenden könnte: Beim Fruchtjoghurt mit Kiwi-Geschmack müsste man die Transportstrecke für Erdbeeren (Polen – Aachen – Stuttgart, 1 246 km) durch die Entfernung Neuseeland - Deutschland (18 000 km) ersetzen. Auch könnte man argumentieren, dass schon im Mittelalter Würste einen Transportweg von mehreren Tausend km hinter sich hatten, nur weil sie einen kleinen Anteil von Pfeffer enthielten.

2. Wie schon notiert, fließt in die Zahl 9000 km zum Beispiel (ungewichtet!) ein, dass die Joghurt-Kulturen, deren Anteil bei 0,03 % liegt, 917 km transportiert wurden. Bei der Berechnung der Ökobilanz eines Produkts wird üblicherweise die 1%-Regel angewandt: Es werden nur Anteile berücksichtigt, die mehr als 1% ausmachen (wobei auf diese Weise höchstens 5 % des Gesamtstoffs unberücksichtigt bleiben sollte), aber dann wird natürlich gewichtet!

Vieles ließe sich noch anmerken, etwa dass die Bandbreite des Bechergewichts sehr viel größer ist, als die Autorinnen zugeben (so kauften wir Joghurt in 500 g Kunststoff-Bechern, deren Eigengewicht 30 g war), aber die genannten haarsträubenden Fehler sollten ausreichen: gute Absicht ersetzt keine fehlenden Rechen- und Modellierungskenntnisse.