

Differentialtopologie

— Übungsblatt 1 —

Wintersemester 2019/2020

(Abgabe am 14.10.2019)

Nachtrag: Leider haben es einige Definitionen nicht rechtzeitig in die Vorlesung geschafft. Diese sind vorläufig den Notizen zur Vorlesung zu entnehmen:

www.math.uni-bielefeld.de/~sbehrens/DiffTop19_notes.pdf

Aufgabe 1.1 (Abzählbare Atlanten). Zeigen Sie, dass jede topologische oder differenzierbare Mannigfaltigkeit einen abzählbaren Atlas besitzt.

Aufgabe 1.2 (C^∞ Invarianz der Dimension). Sei X lokal Euklidisch und nicht leer.

- (a) Zeigen Sie, dass je zwei C^∞ verträgliche Karten von X , deren Kartengebiete sich schneiden, die gleiche Dimension haben.
- (b) Folgern Sie, dass jede nichtleere, zusammenhängende differenzierbare Mannigfaltigkeiten eine wohldefinierte Dimension hat.

(Hinweis: Betrachten Sie die Ableitungen der Kartenwechsel.)

Aufgabe 1.3 (Eine Gerade mit zwei Nullen). Sei $\tilde{L} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = \pm 1\}$ topologisiert als Unterraum von \mathbb{R}^2 und $L = \tilde{L} / \sim$ der Quotientenraum bezüglich der Äquivalenzrelation $(x, 1) \sim (x, -1)$ für $x \neq 0$. Zeigen Sie, dass L einen differenzierbaren Atlas sowie eine abzählbare Basis der Topologie besitzt, jedoch kein Hausdorff Raum ist.