

# Geometrie und Topologie (SoSe 2020)

## — Übungsblatt 7 —

**Aufgabe 7.1** (Überabzählbare Produkte von  $[0, 1]$ ). Sei  $A$  eine überabzählbare Menge.

- (a) Zeigen Sie, dass das Produkt  $[0, 1]^A$  normal, aber nicht metrisierbar ist.
- (b) Gibt es für jedes  $x \in [0, 1]^A$  eine stetige Funktion  $f: [0, 1]^A \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f^{-1}(0) = \{x\}$ ?

**Aufgabe 7.2** (Topologie von Mannigfaltigkeiten). Ein topologischer Raum heißt *lokal Euklidisch* wenn jeder Punkt eine offene Umgebung besitzt, die für ein  $n$  homöomorph zu  $\mathbb{R}^n$  (oder äquivalent einer offenen Teilmenge von  $\mathbb{R}^n$ ) ist. Lokal Euklidische Hausdorff Räume mit abzählbarer Basis der Topologie nennt man *topologische Mannigfaltigkeiten*. Zeigen Sie:

- (a) Jede topologische Mannigfaltigkeit ist metrisierbar.
- (b) Für lokal Euklidische Räume stimmen die Wegkomponenten mit den Komponenten überein und sind offen. Insbesondere haben kompakte lokal Euklidische Räume höchstens endlich viele Komponenten.

**Aufgabe 7.3** (Zur Anklebung von Zellen). Sei  $Y$  ein lokal kompakter Hausdorff Raum und für ein  $n \geq 1$  sei  $f: S^{n-1} \rightarrow Y$  stetig. Zeigen Sie, dass  $Y \cup_f D^n$  ebenfalls ein lokal kompakter Hausdorff Raum ist.