Geometrie und Topologie II (WiSe 2020/2021)

— Übungsblatt 11 —

Aufgabe 11.1 (Linsenräume als CW Komplexe).

Sei $L(p,q)$ ein 3-dimensionaler Linsenraum, also der Orbitraum der $\mathbb{Z}_p$–Wirkung auf $S^3 \subset \mathbb{C}^2$, die durch $[k] \cdot (z,w) = \big(e^{2\pi i \frac{k}{p}} z, e^{2\pi i \frac{k}{p} q} w\big)$ für $p, q \in \mathbb{Z}$ mit $p > 1$ und q teilerfremd zu p. Geben Sie eine CW Zerlegung von $L(p,q)$ an.

Aufgabe 11.2 (Kreis um Kreis um Kreis…).

Für $r > 0$ sei $S_r = \big\{(x,y) \,\big|\, (x-r)^2 + y^2 = r^2\big\}$ der Kreis um $(r,0) \in \mathbb{R}^2$ mit Radius r. Handelt es sich bei folgenden Unterräumen von $\mathbb{R}^2$ um CW Komplexe?

$$A = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} S_{1/n} \qquad\qquad B = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} S_n$$

Geben Sie jeweils eine CW Zerlegung an oder begründen Sie, warum es keine geben kann.

Aufgabe 11.3 (Nicht immer Mannigfaltigkeiten, aber…).

Sei X ein CW Komplex. Zeigen Sie dass X *lokal zusammenziehbar* ist, das heißt jeder Punkte hat eine Umgebungsbasis aus zusammenziehbaren offenen Teilmengen.

(Hinweis: Gehen Sie induktiv Skelett für Skelett vor, indem sie offene Mengen in $X^{(n)}$ geeignet zu solchen in $X^{(n+1)}$ aufdicken.)