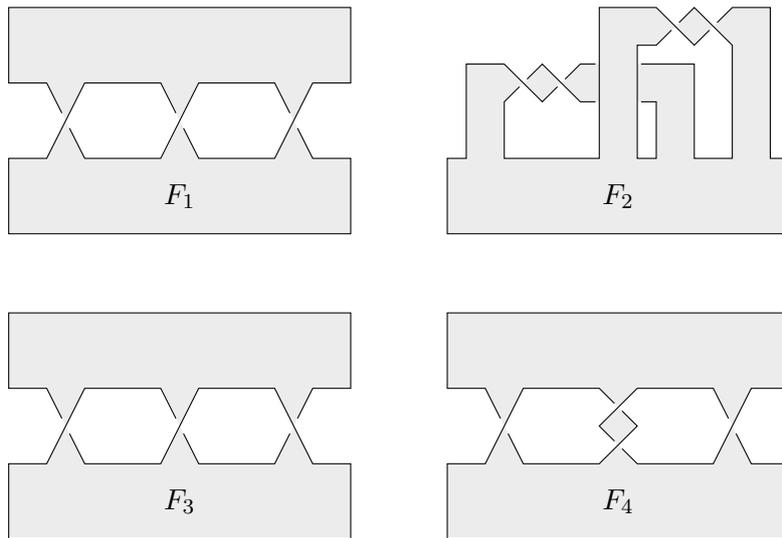


Proseminar zur Knotentheorie (SS 2019)
 — Aufgaben für Sitzung 9: Flächen, Homöomorphismen und
 Deformationen —



Aufgabe 9.1 (Einige Flächen). Welche der abgebildeten Flächen sind orientierbar?¹ Welche sind homöomorph?² Welche lassen sich ineinander deformieren?^{3 4}

Aufgabe 9.2 (Kombinatorische Homöomorphismen). Kombinatorische Homöomorphismen zwischen polyedrischen Flächen sind ein Spezialfall eines allgemeineren Begriffs.

- (a) Wie könnte man sinnvoll kombinatorische Homöomorphismen für Knoten und Verschlingungen definieren?⁵ Dabei sollten äquivalente Verschlingungen kombinatorisch Homöomorph sein.
- (b) Wann sind zwei Verschlingungen kombinatorisch homöomorph?⁶

Aufgabe 9.3 (Orientierbarkeit und Triangulierungen). Hier beschäftigen wir uns mit Orientierbarkeit bezüglich verschiedener Triangulierungen von Flächen. Dazu vorweg eine Definition: Eine Triangulierung \mathcal{T}' einer Fläche F heißt *Verfeinerung* einer Triangulierung \mathcal{T} von F falls jedes Dreieck aus \mathcal{T}' in einem Dreieck aus \mathcal{T} enthalten ist. Man zeige:

- (a) Jede Triangulierung eines Dreiecks ist orientierbar.
- (b) Sei \mathcal{T} eine Triangulierung einer Fläche F und \mathcal{T}' eine Verfeinerung. Dann ist \mathcal{T}' genau dann orientierbar, wenn \mathcal{T} orientierbar ist.

Bemerkung. Man kann zeigen, dass zwei beliebige Triangulierungen einer Fläche eine gemeinsame Verfeinerung haben. Somit zeigt [Aufgabe 9.3](#), dass Orientierbarkeit eine intrinsische Eigenschaft der Fläche ist und nicht von der Wahl einer Triangulierung abhängt.

¹Spoiler: Alle bis auf F_4 sind orientierbar.
²Spoiler: Alle bis auf F_4 sind homöomorph, F_1 und F_3 durch „Band schneiden“, F_1 und F_2 denn ...
³Spoiler: F_1 ist in F_2 deformierbar. Dazu die obere Scheibe durchs mittlere Band schneiden.
⁴Spoiler: Der Rand von F_1 und F_2 ist ein Kleblatt, der von F_3 nicht, also keine Deformation.
⁵Spoiler: Komponentense Bijektion zwischen geordneten Stützpunktmengen, falls nötig unterteilen.
⁶Spoiler: Genau dann, wenn sie gleich viele Komponenten haben.