

Seminarplan:

Proseminar über gewöhnliche Differentialgleichungen (WS 2018/19)

Beschreibung

Die Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen ist eines der grundlegenden Werkzeuge der mathematischen Wissenschaften. Sie ermöglicht es, eine große Klasse von Evolutionsprozessen zu beschreiben. Einen ersten Einblick in die Theorie bekommt man oft bereits in der Vorlesung Analysis II. Ziel dieses Proseminar ist es, die Theorie weiter zu vertiefen. Wir orientieren uns dabei an dem Buch *Gewöhnliche Differentialgleichungen* von Vladimir I. Arnold, das sich durch seinen intuitiven Zugang, eine gute Balance aus Theorie und Praxis, und nicht zuletzt durch viele interessante Beispiele auszeichnet.

Voraussetzungen: Grundkenntnisse in Differential- und Integralrechnung (Analysis I & II) und in linearer Algebra (Eigenwerttheorie, Jordan Normalform)

Literatur: [1] V.I. Arnold, *Gewöhnliche Differentialgleichungen* (2. Aufl., Springer Verlag, 2001)

Ansprechpartner: Dr. Stefan Behrens (sbehrens@math.uni-bielefeld.de, V3-232)

Letzte Änderung: 2. Januar 2019

Vortragsplan

Vortrag 1: Differentialgleichungen und ihre Phasenräume ([1], Kapitel 1, §1)
Termin und Sprecher(in): 17.10.2018, V.D.

- Was ist eine gewöhnliche Differentialgleichung und was heißt es, sie zu lösen?
- Der Begriff des Phasenraums
- Integralkurven und Richtungsfelder
- Einige Beispiele

Vortrag 2: Eindimensionale Probleme ([1], Kapitel 1, §2 und §3)
Termin und Sprecher(in): 24.10.2018, M.B.

- Ein erster Existenz- und Eindeutigkeitssatz
- Gleichungen mit trennbaren Veränderlichen
- Gleichungen mit periodischen Koeffizienten

Vortrag 3: Symmetrien, Teil 1 ([1], Kapitel 1, §4 und §5)
Termin und Sprecher(in): 31.10.2018, D.S.

- Transformationsgruppen und Operationen von Gruppen
- Einparametrische Gruppen von Diffeomorphismen und Vektorfelder
- Tangentialvektoren und -räume

Vortrag 4: Symmetrien, Teil 2
Termin und Sprecher(in): 7.11.2018, A.P.

([1], Kapitel 1, §5 und §6)

- Operationen von Diffeomorphismen auf Vektorfeldern, Variablensubstitutionen
- Symmetriegruppen von Vektorfeldern
- Homogene und quasihomogene Gleichungen

Vortrag 5: Rektifizierungssätze
Termin und Sprecher(in): 14.11.2018, G.H.

([1], Kapitel 2, §7 und §8, ggf.Kapitel 4)

- Rektifizierung von Richtungs- und Vektorfeldern
- Existenz- und Eindeutigkeitssätze für Gleichungen erster Ordnung
- Abhängigkeit von Parametern
- Anwendungen auf Gleichungen höherer Ordnung

Extravortrag: Was bisher geschah...
Termin und Sprecher(in): 21.11.2018, Stefan Behrens

([1], §1–§8)

- Wiederholung grundlegender Begriffe (Differentialgleichungen, Vektorfelder, Richtungsfelder, Integralkurven, Phasenkurven, Phasenflüsse, ...)
- Einige Beispiele (kleine Schwingungen, mathematisches Pendel, ...)

Vortrag 6: Autonome Systeme und erste Integrale
Termin und Sprecher(in): 28.11.2018, H.P.

([1], Kapitel 2, §9 und §10)

- Autonome Systeme und ihre Phasenkurven
- Ableitungen in Richtung von Vektoren und Vektorfeldern
- Erste Integrale und ihre Vorzüge

Vortrag 7: Einfache partielle Differentialgleichungen
Termin und Sprecher(in): 5.12.2018, A.M.

([1], Kapitel 2, §11)

- Lineare Gleichungen und die Methode der Charakteristiken
- Quasilineare Gleichungen und nichtlineare Gleichungen erster Ordnung

Vortrag 8: Konservative Systeme mit einem Freiheitsgrad
Termin und Sprecher(in): 12.12.2018, B.R.

([1], Kapitel 2, §12)

- Energieerhaltung und Energieniveaulinien
- Die Pendelgleichung
- Kleine Störungen

Vortrag 9: Lineare Systeme und die Exponentialfunktion
Termin und Sprecher(in): 19.12.2018, D.P.

([1], Kapitel 3, §13 bis §16)

- Die Matrixexponentialfunktion und ihre Eigenschaften
- Lösungen linearer Gleichungen mit konstanten Koeffizienten
- Die Determinante eines Matrixexponentials

Vortrag 10: Praktische Berechnung und komplexe Methoden
Termin und Sprecher(in): 9.1.2018, Stefan Behrens

([1], Kapitel 3, §17 bis §19)

- Der diagonalisierbare Fall
- Komplexifizierung und Reellifizierung
- Lineare Gleichungen mit komplexen Koeffizienten

Vortrag 11: Die Komplexifizierung einer reellen Gleichung

([1], Kapitel 3, §20)

Termin und Sprecher(in): 16.1.2019, L.H.

- Invariante Unterräume eines reellen Operators
- Lineare Gleichungen in der Ebene und ihre singulären Punkte
- Die allgemeine Lösung im Fall einfacher komplexer Eigenwerte

Vortrag 12: Singuläre Punkte linearer Systeme

([1], Kapitel 3, §21 und §22)

Termin und Sprecher(in): 23.1.2019, J.G.

- Lineare, differenzierbare und topologische Äquivalenz von Phasenflüssen
- Lineare und differenzierbare Klassifikation von singulären Punkten bei einfachen Eigenwerten
- Topologische Klassifikation (nicht notwendig alle Details)

Letzte Sitzung: Zusammenfassung und Abschlussbesprechung

Termin und Sprecher(in): 30.1.2019, Stefan Behrens

- Kurze Zusammenfassung der Inhalte des Proseminars und Ausblick für weitere Vertiefung
- Rückgabe der Ausarbeitungen (mit Ausnahme der Vorträge 11 und 12)