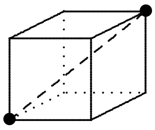
Übungsaufgaben 10

1. Als Raumdiagonale eines Würfels bezeichnet man zum Beispiel jene Gerade, die durch die rechte obere hintere und die linke untere vordere Ecke geht.



Es sind die Winkel zu bestimmen, unter denen sich die vier Raumdiagonalen schneiden. Für einen Würfel mit Kantenlänge 10 cm bestimme man außerdem die Länge einer Raumdiagonale.

2. Hier die relative Häufigkeiten der Blutgruppen A, AB, B, O bei Eskimos, Bantus, Engländern und Koreanern:

Blutgruppe	Esk	Ban	Eng	Kor
A	$0,2914$	$0,1034$	$0,2090$	$0,2208$
AB	$0,0000$	$0,0866$	$0,0696$	$0,0000$
B	$0,0316$	$0,1200$	$0,0612$	$0,2069$
O	$0,6770$	$0,6800$	$0,6602$	$0,5723$

Betrachte die jeweiligen Meßwertsätze (die Spalten) als Merkmalsvektoren

$$\vec{m}^{\text{Esk}}, \quad \vec{m}^{\text{Ban}}, \quad \vec{m}^{\text{Eng}}, \quad \vec{m}^{\text{Kor}}$$

dies sind also Vektoren im $\mathbb{R}^4$; zum Beispiel

$$\vec{m}^{\text{Esk}} = (\ 0,2914 \mid 0,0000 \mid 0,0316 \mid 0,6770\ ).$$

Aufgabe: Bestimme die Winkel zwischen diesen Vektoren.

Interpretation: Den Winkel zwischen zwei derartigen Merkmalsvektoren, etwa zwischen $\vec{m}^{\text{Esk}}$ und $\vec{m}^{\text{Ban}}$ kann man als eine mögliche Definition für den *genetischen Abstand* (hier der Eskimos und der Bantus) verwenden. In unserem Beispiel: Welches ist der größte Abstand, welches der kleinste?

3. Seien a, b reellen Zahlen. Zeigen Sie:

(a) Der Vektor $(a, b, -1)$ steht senkrecht auf den beiden Vektoren $(1, 0, a)$ und $(0, 1, b)$.

(b) Die Ebene E durch den Ursprung und die Punkte $(1, 0, a)$ und $(0, 1, b)$ wird durch die Gleichung $ax + by - z = 0$ beschrieben, also

$$E = \{(x, y, z) \mid ax + by - z = 0\}.$$

(c) Zeigen Sie: Die zu E parallele Ebene E', die den Punkt (x_0, y_0, z_0) enthält, ist

$$E' = \{(x, y, z) \mid ax + by - z = ax_0 + bx_0 - z_0\}.$$

(Was ist bei (c) zu zeigen? Eigentlich fast nichts! Man überlege, warum E' zu E parallel ist und man zeige durch Einsetzen, daß der gegebene Punkt auf E' liegt.)

4. Auf der Rückseite findet sich ein Höhenlinienbild. Man zeichne drei Querschnitte, und zwar zwischen A_i nach B_i, für $i = 1, 2, 3$.