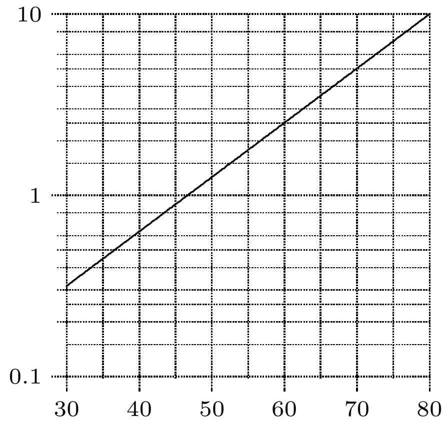
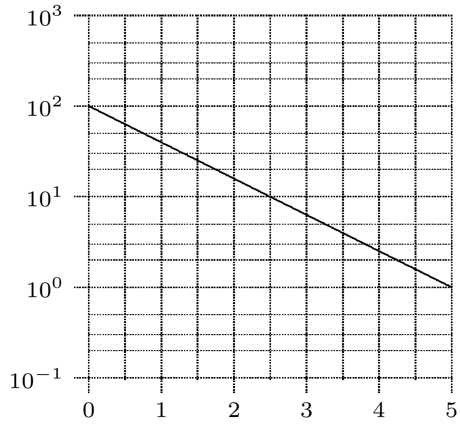
8. Exponentialfunktionen

1. Man bestimme, welche Funktionen $f(t)$ in den folgenden Diagrammen dargestellt sind:





2. Hier Schätzwerte für die Erdbevölkerung (in Milliarden)

1650	1810	1920	1960	1974	1987	1999	2010
0, 5	1	2	3	4	5	6	7

Tragen Sie die Werte in ein logarithmisches Koordinatensystem ein. Was fällt auf?

3. In Seen und im Meer kann pflanzliches Leben nur in der obersten Wasserschicht, ungefähr bis 10 Meter Tiefe existieren, da das Tageslicht vom Wasser nach und nach absorbiert wird. Nach dem *Gesetz von Bouguer-Lambert* berechnet sich die Intensität $I(x)$ eines vertikalen Lichtstrahls, der mit der Lichtintensität I_0 ins Wasser eintritt, in einer Tiefe von x Metern durch

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu x},$$

dabei heißt μ der Absorptionskoeffizient (er ist von der Reinheit des Wassers und der Wellenlänge des Lichts abhängig). Für reines Meerwasser und Sonnenlicht hat μ ungefähr den Wert 1,4 m^{-1}. Man stelle eine Tabelle auf, welcher Prozentsatz an Lichtintensität in einer Tiefe von 1, 2, 3, ..., 10 m noch vorhanden ist!

4. Man weiß, daß der Luftdruck (bei gleichbleibender Temperatur) mit zunehmender Höhe h über dem Meeresspiegel exponentiell abnimmt, für den Druck in Höhe h gilt (jedenfalls ungefähr):

$$p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{h}{8}},$$

dabei ist h die Höhe über NN, gemessen in km. Der Druck wird jeweils in Nm^{-2} gemessen. Es ist p_0 der Druck auf Meereshöhe NN, und zwar gilt $p_0 = 1,01325 \cdot 10^5$ Nm^{-2}. (NN wird gelesen als "Normalnull". Dagegen steht das N in Nm^{-2} für "Newton", dies ist die offizielle Einheit für Kräfte: 1 N ist die Kraft, die einen Körper mit Masse 1 kg mit $1\,\mathrm{m/sec}^{-2}$ beschleunigt.)

(a) Mit Hilfe dieser Formel berechne man den Druck auf dem Mount-Everest-Gipfel (Höhe etwa 8,9 km) und vergleiche ihn mit dem in Meereshöhe.

(b) Zeige, daß für die Umkehrfunktion $h(x)$ gilt:

$$h(x) = 8 \cdot \ln \frac{p_0}{x} \quad \text{für} \quad x > 0,$$

hier ist nun x der gemessene Luftdruck und $h(x)$ die zugehörige Höhe. Man nennt dies die **barometrische Höhenformel.**