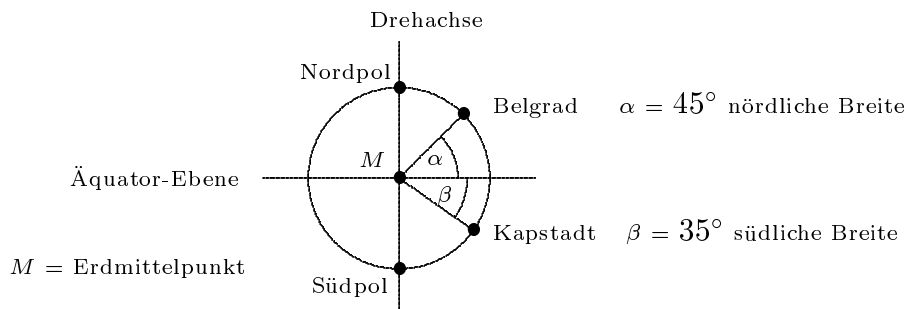


Mathematik für Biologen (Ri), Ergänzungen 1. Lösungs-Skizzen.

(1) **Vogelflug.** Hier ein Schnitt durch die Erdkugel, und zwar geht der rechte Halbkreis gerade durch alle Orte mit östlicher Länge 20° .



Der Winkel Belgrad - Erdmittelpunkt - Kapstadt ist $\alpha + \beta = 80^\circ$, das Bogenmaß von 80° ist $a = \frac{2\pi}{360^\circ} \cdot 80^\circ = 1,396$. Demnach ist die Bogenlänge $a \cdot r = 1,396 \cdot 6370 \text{ km} = 8894 \text{ km}$. **Der Vogel fliegt also rund 9000 km.**

(2) **Erdumdrehung.** In 24 Stunden dreht sich die Erde einmal um ihre Achse, also um 360° . In 1 h dreht sie sich um $\left(\frac{360}{12}\right)^\circ = 15^\circ$. Das Bogenmaß von 15° ist $\frac{2\pi}{360} \cdot 15 = 0,2966$. Also ist die Länge des entsprechenden Kreisbogens $0,2966 \cdot 6370 \text{ km} = 1890 \text{ km}$. **Die Geschwindigkeit eines Punkts am Äquator ist also 1890 km/h** — ganz schön schnell!

(3) **Uhr.** Wir beginnen um Mitternacht und fragen, welchen Winkel der Minutenzeiger nach t Minuten zurückgelegt hat.

$$\begin{aligned} 60 \text{ Min} &\simeq 360^\circ = 2\pi \\ 1 \text{ Min} &\simeq 6^\circ = \frac{1}{60} \cdot 2\pi = \frac{\pi}{30} \\ t \text{ Min} &\simeq t \cdot 6^\circ = t \cdot \frac{\pi}{30} \end{aligned}$$

Entsprechend der Stundenzeiger:

$$\begin{aligned} 12 \text{ h} &\simeq 360^\circ = 2\pi \\ 1 \text{ h} &\simeq 30^\circ = \frac{1}{12} \cdot 2\pi = \frac{\pi}{6} \\ 1 \text{ Min} &\simeq \left(\frac{1}{2}\right)^\circ = \frac{\pi}{60 \cdot 6} = \frac{\pi}{360} \\ t \text{ Min} &\simeq t \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^\circ = t \cdot \frac{\pi}{360} \end{aligned}$$

Frage: Wann stehen nach Mitternacht Minuten- und Stundenzeiger zum ersten Mal senkrecht aufeinander? **Antwort:** Nach t Minuten! Wir müssen nur noch t ausrechnen.

Der Minutenzeiger hat nach t Minuten den Winkel $t \frac{\pi}{30}$ zurückgelegt, der Stundenzeiger den Winkel $t \frac{\pi}{360}$. Der Winkel zwischen beiden ist $\frac{\pi}{2}$, also

$$\frac{\pi}{2} = t \frac{\pi}{30} - t \frac{\pi}{360} = t\pi \left(\frac{1}{30} - \frac{1}{360} \right) = t\pi \frac{11}{360}.$$

Also $t = \frac{360}{22} = 16,4$. **Nach 16,4 Minuten** (also 16 Minuten und 24 Sekunden) **stehen die beiden Zeiger senkrecht aufeinander** (und dies zum ersten Mal nach Mitternacht).

