MATHEMATIK FÜR BIOLOGEN — WS 2002/3

http://www.mathematik.uni-bielefeld.de/birep/biomath/

Weihnachtszettel: Zum Wiederholen

Hier einige Aufgaben zum Üben (und zur eigenen Kontrolle: ob klar ist, wie man mit typischen Aufgaben umgeht). Die Lösungen brauchen nicht abgegeben zu werden. Wer allerdings Zweifel hat, ob gefundene Lösungen richtig sind, darf derartige Lösungen zur Kontrolle in der ersten Januarwoche abgeben (aber bitte: nur, wenn wirklich Zweifel bestehen).

1. Gegeben sind folgende Meßwerte

x_i	0	1	3	4
y_i	3	2	2	1

Bestimme die Regressionsgerade $f(x) = a + bx$, und berechne den Wert $f(2)$. Trage die Wertepaare (x_i, y_i) und den Graph von $f(x)$ in ein Koordinatensystem ein.

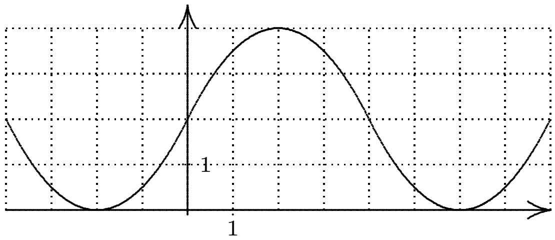
2. (a) Wie groß ist der Winkel $\frac{4}{3}\pi$ im Gradmaß?
(b) Bestimmen Sie die Länge eines Kreisbogens: der Winkel sei 45°, der Radius 10 km.

3. Ordnen Sie den vorliegenden vier Punktwolken den richtigen Korrelationskoeffizienten zu; zur Auswahl stehen die Werte:

$$-0,77 \qquad 0,14 \qquad 0,55 \qquad 0,93.$$

4. Jemand springt von einer 3 m hohen Mauer auf die Erde.
(a) Wie lange ist er unterwegs?
(b) Welche Endgeschwindigkeit hat er?

5. Bestimmen Sie einen Funktionsterm $f(x) = A\cos(C(t-D)) + B$ zur Beschreibung des folgenden Graphen:



6. Von einer radioaktiven Substanz ist nach 20 Jahren 99 % der Ausgangsmenge zerfallen. Berechne die Halbwertszeit.

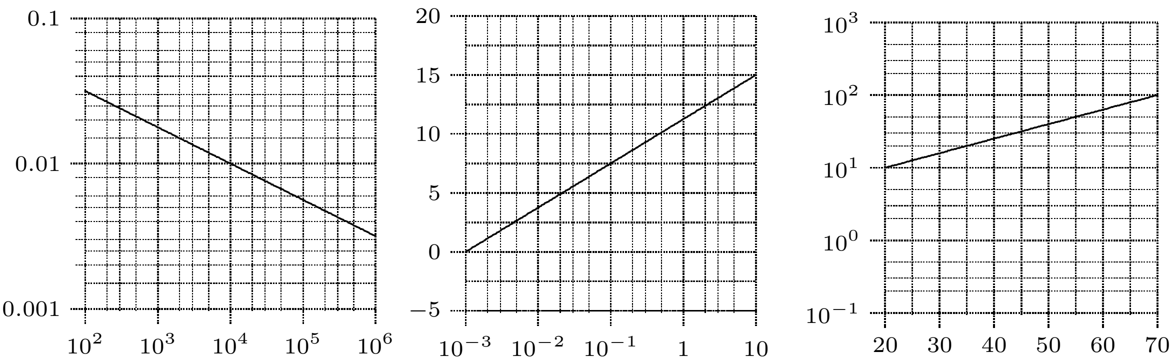
7. Der Weiße Nil wurde oberhalb des Staudamms von Jebel Aulia durch ein Unkraut, die Wasserhyazinthe, überwachsen. 1958 bedeckte die Pflanze nur 12 km^2, aber der jährliche Zuwachs betrug 50 %. Wie lange dauerte es, bis die ganze Fläche des Stausees von 200 km^2 bedeckt war?

8. Der Temperatur-Unterschied eines Körpers zu der ihn umströmenden Luft mit konstanter Raumtemperatur werde mit $u(t)$ bezeichnet. Es gilt auch hier: $u'(t)$ ist proportional zu $u(t)$. Zum Zeitpunkt 0 sei der Temperatur-Unterschied 80°, nach einer Stunde 50°.

(a) Wie groß ist der Temperatur-Unterschied nach 2 Stunden? nach 10 Stunden?

(b) Wann hat sich der Unterschied halbiert? wann gezehntelt?

9. Man bestimme, welche Funktionen $f(t)$ in den folgenden Diagrammen dargestellt sind:



10. Gesucht sind Konstanten B, k, λ einer logistischen Funktion, die folgende Meßwerte relativ gut approximiert:

x	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
y	1	5	20	50	90	150	210	250	280	295	299

11. Welche Funktionen $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ erfüllen die Differentialgleichung $f'(x) = 3 \cdot f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$?

12. Bestimmen Sie die Zuordnung der folgenden Bilder zu den Richtungsfeldern der Differential-Gleichungen:

$$y'(t) = t, \quad y'(t) = -y, \quad y'(t) = -t + y$$