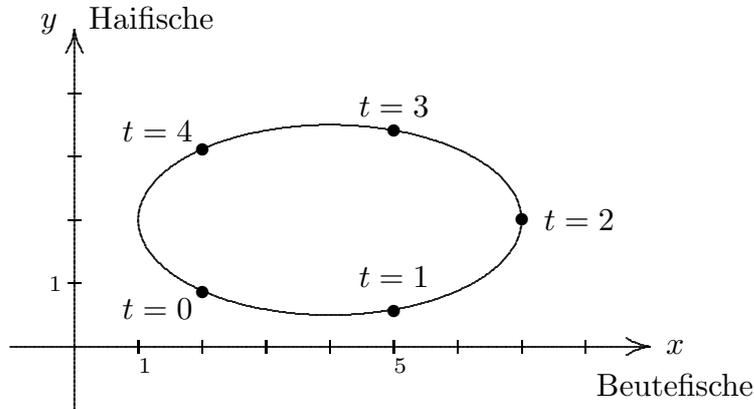


Aufgaben 13.

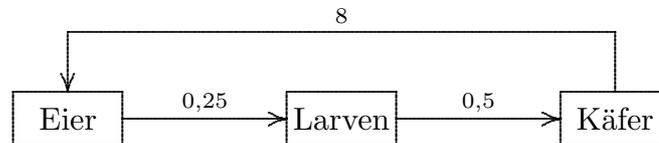
1. Ein Haifisch-Beutefisch-System oszilliere auf folgender Kurve (dabei sei 1 Einheit = 1000 Tiere):



Für einige Zeitpunkte ($t = 0, 1, 2, 3, 4$) ist die jeweilige Position angegeben.

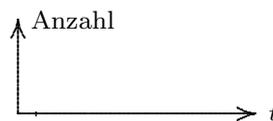
- (a) Skizzieren Sie in einem $t-x$ -Koordinatensystem die Populations-Entwicklung der Beutefische, und in einem $t-y$ -Koordinatensystem die der Haifische.
- (b) Beschreiben Sie mit Worten die Phasenverschiebung der beiden Kurven.

2. (Nach Kroll-Reiffert-Vaupel) Das folgende Pfeildiagramm beschrifte die monatliche Entwicklung einer Population aus Käfern, Larven und Eiern:



(Bedeutung der Pfeile: nach einem Monat schlüpfen aus den Eiern Larven, nach einem weiteren Monat werden aus Larven Käfern, diese legen nach einem Monat Eier und sterben dann; die Zahlenangaben besagen: aus 25 % der Eier entstehen Larven (die anderen werden von Tieren gefressen oder verenden); von den Larven entwickelt sich die Hälfte zu Käfern, die anderen sterben; jeder Käfer legt 8 Eier.

Es gebe anfänglich $x = 40$ Eier, $y = 20$ Larven und $z = 12$ Käfer. Skizzieren Sie die Entwicklung über einen Zeitraum von 12 Monaten: man zeichne also drei stückweise lineare Funktionen und zwar im gleichen Koordinatensystem der Form



3. **Die Fibonacci-Folge.** Es sei $a_1 = a_2 = 1$. Induktiv definiert man für $i > 2$

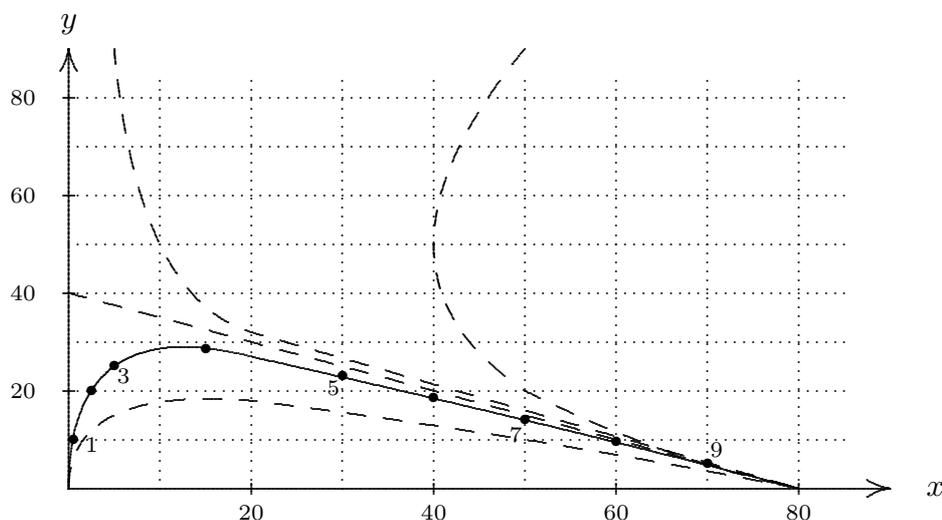
$$a_i = a_{i-2} + a_{i-1}.$$

- (a) Notieren Sie die Zahlen a_i für $1 \leq i \leq 20$ und berechnen Sie jeweils $b_i = a_{i+1}/a_i$. (Es fällt auf, daß die Zahlen b_i gegen eine positive Zahl b zu konvergieren scheinen. Dies kann man auch beweisen, und zwar erhält man als Grenzwert eine positive Zahl b die folgende Bedingung erfüllt: $b = \frac{1}{b} + 1$.)

(b) Zeigen Sie: die einzige positive Zahl b mit $b = \frac{1}{b} + 1$ ist $b = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$.

(c) Dieses b ist auch die einzige positive Zahl mit $\frac{1}{b} = \frac{b}{1+b}$.

4. Wir betrachten zwei Arten von Lebewesen, die um denselben Lebensraum konkurrieren. Hier ein derartiges Phasenporträt:



Betrachten Sie die durchgezogene Bahn; für einige Zeitpunkte ($t = 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$) ist die jeweilige Position angegeben.

Skizzieren Sie in einem t - x -Koordinatensystem und in einem t - y -Koordinatensystem die Populations-Entwicklung der beiden Arten (die t -Achsen sind schon beschriftet, die vertikalen Achsen sind zu beschriften).

