Aufgaben 8.

1. Hier Schätzwerte für die Erdbevölkerung (in Milliarden)

1650	1810	1920	1960	1974	1987	1999	2010
0,5	1	2	3	4	5	6	7

Tragen Sie die Werte in ein logarithmisches Koordinatensystem (x -Achse linear, y -Achse logarithmisch) ein. Was fällt auf?

2. In Seen und im Meer kann pflanzliches Leben nur in der obersten Wasserschicht, ungefähr bis 10 Meter Tiefe existieren, da das Tageslicht vom Wasser nach und nach absorbiert wird. Nach dem *Gesetz von Bouguer-Lambert* berechnet sich die Intensität $I(x)$ eines vertikalen Lichtstrahls, der mit der Lichtintensität I_0 ins Wasser eintritt, in einer Tiefe von x Metern durch

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu x},$$

dabei heißt μ der Absorptionskoeffizient (er ist von der Reinheit des Wassers und der Wellenlänge des Lichts abhängig). Für reines Meerwasser und Sonnenlicht hat μ ungefähr den Wert $1,4 \text{ m}^{-1}$. Man stelle eine Tabelle auf, welcher Prozentsatz an Lichtintensität in einer Tiefe von 1, 2, 3, $\dots$, 10 m noch vorhanden ist!

3. Gesucht sind Konstanten B, k, λ einer logistischen Funktion, die folgende Meßwerte relativ gut approximiert:

x	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
y	1	5	20	50	90	150	210	250	280	295	299

4. Wir betrachten eine Fisch-Population $L(t)$ eines Sees. Die Anfangspopulation (also Zeitpunkt $t = 0$) bestehe aus 10 Fischen, langfristig stabilisiere sie sich bei 110 Fischen. Die anfängliche Wachstumsrate sei $L'(0) = 4$. Dabei betrachten wir zwei verschiedene Modelle:

(a) Man gehe davon aus, dass die Entwicklung gemäß einer Bertalanffy-Funktion

$$L(t) = b - (b - L_0)e^{-kt} \quad \text{mit} \quad L_0 < b, \quad \text{und} \quad k > 0$$

erfolge.

(b) Man gehe davon aus, dass die Entwicklung durch eine Michaelis-Menton-Funktion

$$L(t) = \frac{B \cdot t}{t + K} + L_0 \quad \text{mit} \quad B, K, L_0 > 0$$

beschrieben wird.

Aufgabe: Man bestimme den Zeitpunkt, zu dem sich die Anfangspopulation verfünffacht hat. Zusätzlich sollen beide Funktionen in einem Koordinatensystem gezeichnet werden.