

Für richtige Lösungen der Aufgaben 3, 9, 10, 11 gibt es vier Punkte, bei den übrigen Aufgaben jeweils zwei Punkte.

1. Die Erde dreht sich in 24 Stunden einmal um ihre Achse. Welche Geschwindigkeit hat ein Punkt auf dem Äquator? (Hinweis: Erdradius = 6 370 km)

Die Geschwindigkeit ist	[m/sec].
-------------------------	----------

2. Seien folgende Datenpaare (x_i, y_i) gegeben

x_i	1	2	3	4
y_i	3	3	1	1

Bestimme die (erste) Regressionsgerade $f(x) = a + bx$ und den Korrelationskoeffizienten r_{xy} .

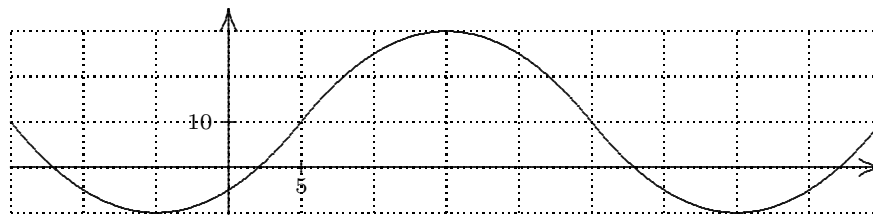
Die Lösung lautet: $a =$	$b =$
--------------------------	-------

Es ist $r_{xy} =$

3. Dressierte Geparden erreichen auf Rennbahnen Geschwindigkeiten von bis zu 110 km/h. Nehmen wir an, daß ein Gepard 30 sec braucht, um von 80 auf 110 km/h zu beschleunigen (und daß es sich dabei um eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung handelt). Berechne die Beschleunigung in m/sec^2 .

Die Beschleunigung ist	$[\text{m/sec}^2]$.
------------------------	----------------------

4. Bestimmen Sie einen Funktionsterm der Form $f(x) = A \cdot \sin(C(t - D)) + B$ zur Beschreibung des folgenden Graphen:



$A =$
$B =$
$C =$
$D =$

5. Jemand springt von einem 10 m-Turm ins Schwimmbecken (er lässt sich einfach fallen!). Welche End-Geschwindigkeit hat er? Welche Durchschnitts-Geschwindigkeit? (Hinweis: Erdbeschleunigung $g = 9,81 \text{ [m/sec}^2\text{]}$ oder auch einfach $g = 10 \text{ [m/sec}^2\text{]}$.)

Die End-Geschwindigkeit ist	[m/sec].
Die Durchschnitts-Geschwindigkeit ist	[m/sec].

6. Die Holzmenge in einem jungen Wald nimmt (beinahe) exponentiell zu. Die jährliche Zuwachsrate betrage 2,5 %.

(a) Welche Zunahme wird innerhalb von 10 Jahren erwartet?

(b) Wieviele Jahre verstreichen, bis sich die Holzmenge verdoppelt hat?

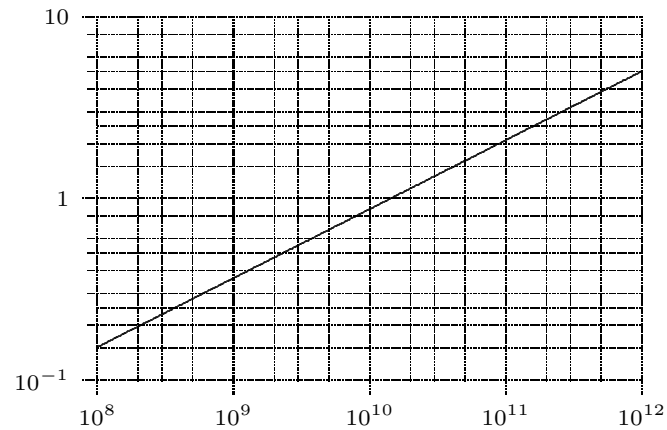
Innerhalb von 10 Jahren wird eine Zunahme von	% erwartet.
Die Holzmenge hat sich nach	Jahren verdoppelt.

7. Von einer radioaktiven Substanz ist nach 20 Jahren 99 % der Ausgangsmenge zerfallen. Berechne die Halbwertszeit.

Die Halbwertszeit ist

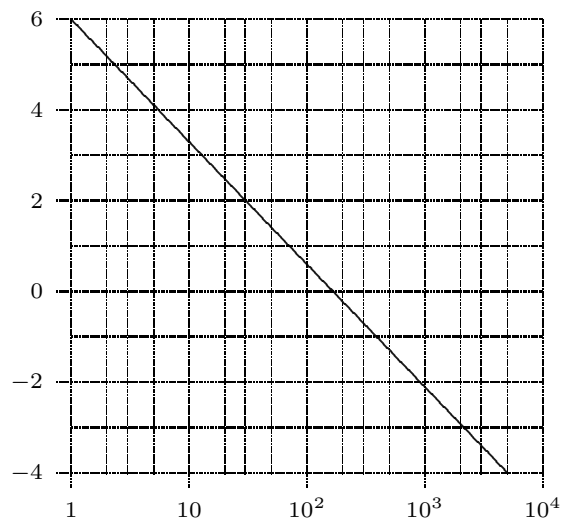
Jahre

8. Man bestimme, welche Funktion $f(t)$ im folgenden Diagramm dargestellt ist:



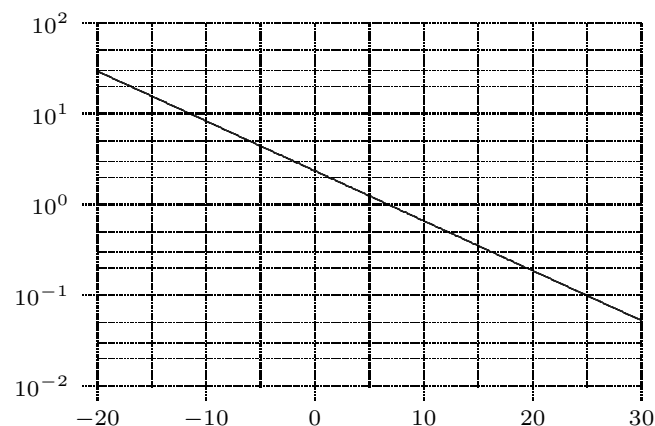
Es ist die Funktion $f(x) =$

9. Man bestimme, welche Funktion $f(t)$ im folgenden Diagramm dargestellt ist:



Es ist die Funktion $f(x) =$

10. Man bestimme, welche Funktion $f(t)$ im folgenden Diagramm dargestellt ist:



Es ist die Funktion $f(x) =$

11. Wir betrachten eine Fisch-Population $L(t)$ eines Sees. Die Anfangspopulation (also Zeitpunkt $t = 0$) bestehe aus 10 Fischen, langfristig stabilisiere sie sich bei 110 Fischen. Die anfängliche Wachstumsrate sei $L'(0) = 4$. Dabei gehen wir davon aus, dass die Entwicklung gemäß einer Bertalanffy-Funktion

$$L(t) = b - (b - L_0)e^{-kt} \quad \text{mit} \quad L_0 < b, \quad \text{und} \quad k > 0$$

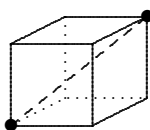
erfolgt.

Aufgabe: Man bestimme den Zeitpunkt, zu dem sich die Anfangspopulation verfünffacht hat.

Die Anfangspopulation hat sich nach

Jahren verfünffacht.

12. Als Raumdiagonale eines Würfels bezeichnet man zum Beispiel jene Gerade, die durch die rechte obere hintere und die linke untere vordere Ecke geht.

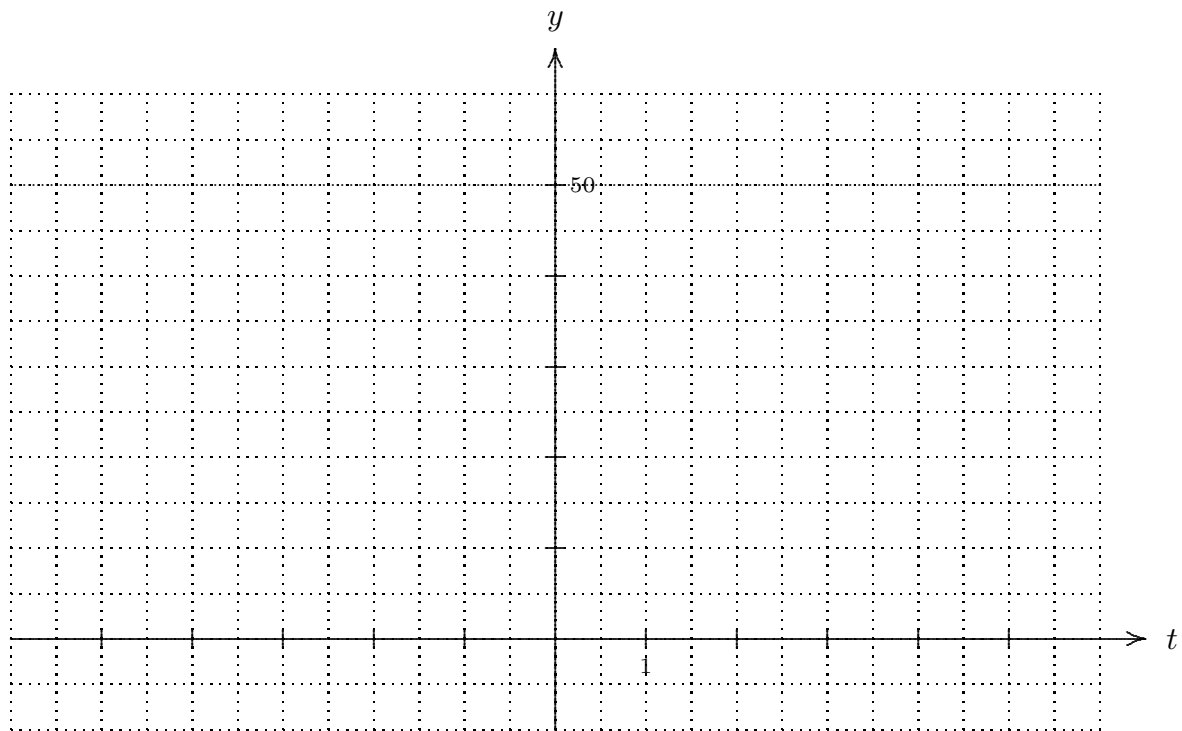


Für einen Würfel mit Kantenlänge 20 mm bestimme man die Länge einer Raumdiagonale.

Die Länge der Raumdiagonale ist

[mm].

13. Man skizziere den Graph einer logistischen Funktion $f(t)$ mit Wachstumschranke $B = 50$ und $f(1) = 25$.



14. Bestimmen Sie die Tangentialebene E an das Paraboloid

$$\{(x, y, z) \mid z = x^2 + y^2\}$$

im Punkt $(1, 1, 2)$.

$E =$

15. Albinismus, der auf ein rezessives Allel a zurückgeht, tritt bei uns mit einer relativen Häufigkeit $z = 5 \cdot 10^{-5}$ auf (d.h. also: auf 100 000 Menschen kommen 5 Albinos). Mit welcher relativen Häufigkeit ist der Genotyp Aa verbreitet (wieviele Leute sind also “versteckte (halbe) Albinos”)? (Es soll vorausgesetzt werden, daß das **Hardy-Weinberg-Gesetz** gilt, also Zufälligkeit der Paarung bezüglich des Merkmals Pigmentierung.)

Die relative Häufigkeit des Genotyps Aa ist

16. Richtige Antwort(en) bitte ankreuzen: Im Räuber-Beute-Modell (mit den Lotka-Volterra-Differentialgleichungen) gilt:

- ☐ Das Minimum der Beutetierkurve ist der Wendepunkt in der **Abnahme** der Räuberkurve.
- ☐ Das Minimum der Beutetierkurve ist der Wendepunkt in der **Zunahme** der Räuberkurve.
- ☐ Gemäßigte Jagd erhöht den langjährigen Mittelwert an Räubertieren.
- ☐ Der langjährige Mittelwert des Bestands an Räubertieren ist
der Mittelwert vom Bestands-Minimum und dem Bestands-Maximum.
- ☐ Gemäßigte Jagd erhöht den langjährigen Mittelwert an Beutetieren.
- ☐ Der langjährige Mittelwert des Bestands an Beutetieren ist
der Mittelwert vom Bestands-Minimum und dem Bestands-Maximum.

17. Wir betrachten die folgenden vier Differentialgleichungen. Die vier Bilder (A), (B), (C), (D) zeigen Richtungsfelder für die folgenden Differential-Gleichungen.

- (1) $y'(t) = y(t) \cdot t$
- (2) $y'(t) = t^2$
- (3) $y'(t) = y(t) \cdot (2 - y(t))$
- (4) $y'(t) = y(t) - t^2$

Bestimmen Sie die Zuordnung der Bilder zu den Differentialgleichungen.

A =	B =	C =	D =
-----	-----	-----	-----