Nebenrechnungen bitte auf den Zusatzblättern (oder auf der Rückseite); die Nebenrechnungen werden **nicht** bewertet.
Für richtige Lösungen der Aufgaben 4, 7, 8, 9, 14 gibt es vier Punkte, bei den übrigen Aufgaben jeweils zwei Punkte.

1. Die Trommel einer Waschmaschine drehe sich mit der Frequenz 20 Hz. Der Radius der Trommel sei 30 cm. Welche Geschwindigkeit hat ein Punkt auf dem Rand der Trommel?

Die Geschwindigkeit ist [m/sec].

2. Gegeben seien folgende Datenpaare

x_i	2	4	5	3	6
y_i	3	5	4	3	5

Durch Hinzufügen zweier Zahlenpaare (x_6, y_6), (x_7, y_7) soll erreicht werden, daß sich jeweils die Mittelwerte $\overline{x}$ und $\overline{y}$ **nicht** ändern, und daß die Steigung der Regressionsgeraden **größer** wird.

Antwort: Man kann zum Beispiel wählen:

$x_6 =$	$y_6 =$
$x_7 =$	$y_7 =$

3. Ein Stein fällt in einen Brunnen, dessen Wasseroberfläche 30 m unter der Erdoberfläche liegt. (Erdbeschleunigung = 9,8 [m/sec^2])

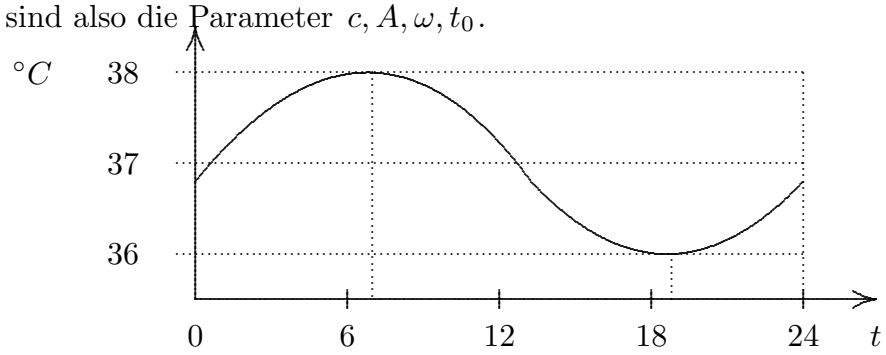
(a) Wie lange braucht der Stein, um das Wasser zu erreichen?
(b) Mit welcher Geschwindigkeit [km/h] kommt er an der Wasseroberfläche an?

Das Fallen dauert Sekunden.
Die Endgeschwindigkeit ist [m/sec].

4. Bestimmen Sie einen Funktionsterm der Form

$$f(t) = c + A \cdot \sin(\omega(t - t_0)),$$

zur Beschreibung der Körpertemperatur eines Tiers im Tag/Nacht-Rhythmus. Gesucht sind also die Parameter c, A, ω, t_0.



$c =$
$A =$
$\omega =$
$t_0 =$

5. Im Jahr 1970 lebten auf der Welt rund 3,7 Mrd. Menschen, im Jahr 1985 rund 4,8 Mrd. Unter der Annahme, daß es sich hierbei um exponentielles Wachstum handelt, gebe man eine Funktion $K(t)$ an, die die Weltbevölkerung im Jahr $1970 + t$ beschreibt. Also

$$K(t) = K(0) \cdot e^{\lambda t}.$$

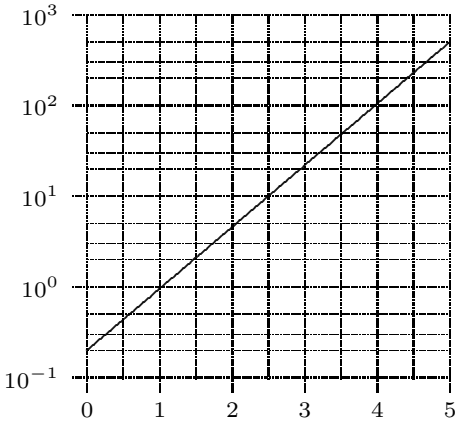
Wie groß ist die Verdoppelungszeit?

$K(0) =$	$\lambda =$
Die Verdoppelungszeit ist	

6. Der Weiße Nil wurde oberhalb des Staudamms von Jebel Aulia durch ein Unkraut, die Wasserhyazinthe, überwachsen. 1958 bedeckte die Pflanze nur 12 km^2, aber der jährliche Zuwachs betrug 50 %. Wie lange dauerte es, bis die ganze Fläche des Stausees von 200 km^2 bedeckt war?

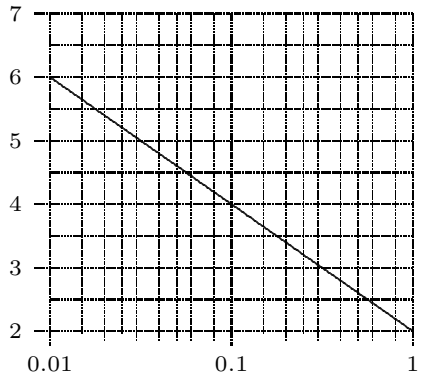
Es dauerte	Jahre.

7. Man bestimme, welche Funktion $f(t)$ im folgenden Diagramm dargestellt ist:



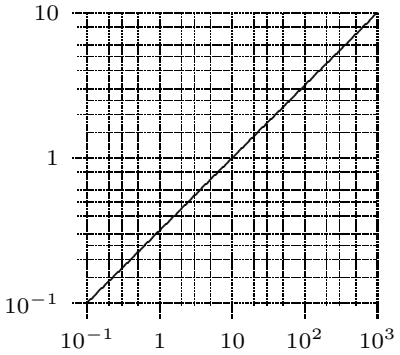
Es ist die Funktion $f(t) =$

8. Man bestimme, welche Funktion $f(t)$ im folgenden Diagramm dargestellt ist:



Es ist die Funktion $f(t) =$

9. Man bestimme, welche Funktion $f(t)$ im folgenden Diagramm dargestellt ist:



Es ist die Funktion $f(t) =$

10. Berechnen Sie die Entfernung (auf der Erdoberfläche) von Bielefeld nach Kapstadt:

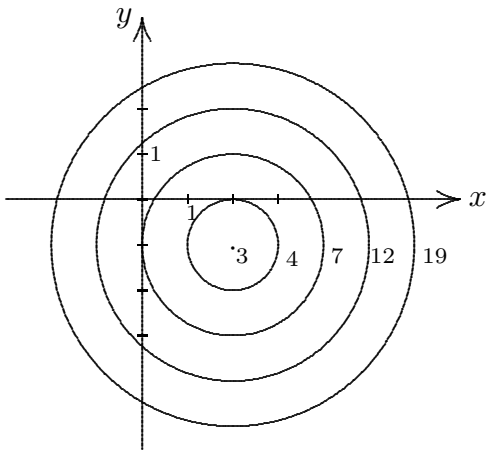
Geographische Daten:

Bielefeld	östliche Länge: 8°, nördliche Breite: 52°
Kapstadt	östliche Länge: 19°, südliche Breite: 34°

(Zur Erinnerung: Der Erdradius ist 6.370 km.)

Die Entfernung ist km.

11. Richtige Antwort(en) bitte ankreuzen: Zu welcher Funktion $f(x,y)\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gehört das folgende Höhenlinienbild:



- ◯ $f(x,y) = x^2 + y^2 + 3$
- ◯ $f(x,y) = (x-2)^2 + (y+1)^2 + 3$
- ◯ $f(x,y) = (x+2)^2 + (y-1)^2 + 3$
- ◯ $f(x,y) = (x-2)^2 + (y-1)^2 + 3$

12. Richtige Antwort(en) bitte ankreuzen: Im Räuber-Beute-Modell (mit den Lotka-Volterra-Differentialgleichungen) gilt:

- ◯ Es gibt einen Gleichgewichtspunkt, der allerdings kein stabiles Gleichgewicht liefert.
- ◯ Keine der beiden Populationen stirbt aus.
- ◯ Die Lösungen sind periodisch.
- ◯ Das Minimum der Räubertierkurve ist der Wendepunkt in der Zunahme der Beutetierkurve.
- ◯ Der Mittelwert des Bestands ist unabhängig von der Lösungskurve.
- ◯ Ein einmaliger Eingriff ändert nichts an den langfristigen Mittelwerten.
- ◯ Gemäßigte Jagd erhöht den langjährigen Mittelwert an Räubertieren.

13. Richtige Antwort(en) bitte ankreuzen: Den Mittelwert MW der Funktion $f(x) = x^5$ im Intervall $[-1, 2]$ berechnet man mit der Formel

◯ $\int_{-1}^{2} x^4 \mathrm{d}\, x$	◯ $\frac{1}{3}\int_{-1}^{2} x^4 \mathrm{d}\, x$	◯ $\int_{-1}^{2} \frac{1}{3}x^4 \mathrm{d}\, x$	◯ $\int_{-2}^{1} \frac{1}{3}x^4 \mathrm{d}\, x$
◯ $\int_{-1}^{2} x^5 \mathrm{d}\, x$	◯ $\frac{1}{3}\int_{-1}^{2} x^5 \mathrm{d}\, x$	◯ $\int_{-1}^{2} \frac{1}{3}x^5 \mathrm{d}\, x$	◯ $\int_{-2}^{1} \frac{1}{3}x^5 \mathrm{d}\, x$
◯ $\int_{-1}^{2} x^6 \mathrm{d}\, x$	◯ $\frac{1}{3}\int_{-1}^{2} x^6 \mathrm{d}\, x$	◯ $\int_{-1}^{2} \frac{1}{3}x^6 \mathrm{d}\, x$	◯ $\int_{-2}^{1} \frac{1}{3}x^6 \mathrm{d}\, x$

und zwar erhält man folgenden Wert:

$MW =$

14. Gesucht sind Konstanten B, k, λ einer logistischen Funktion $f(t) = B/(1 + k \cdot e^{-\lambda B t})$, die folgende Meßwerte relativ gut approximiert:

x	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
y	2	10	40	100	180	300	420	500	560	590	598

$B =$

$k =$

$\lambda =$

15. Bestimmen Sie die kritischen Punkte der Funktion

$$\sin(x) \cdot \sin(y)$$

Welche dieser Punkte sind lokale Minima?

Die kritischen Punkte:

Die lokalen Minima:

16. Man ordne den Differentialgleichungen das jeweilige Richtungsfeld zu:

$y'(t) = y(t)^2$	$y'(t) = y(t) + t$
$y'(t) = \sin(t)$	$y'(t) = -t^2$
$y'(t) = -y(t)$	$y'(t) = y(t) \cdot t$