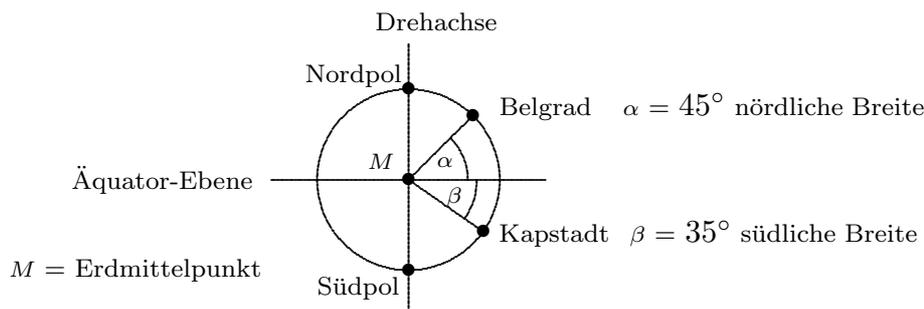


Ergänzungen 1. Winkelmessung. Lösungs-Skizzen.

(1) **Vogelflug.** Hier ein Schnitt durch die Erdkugel, und zwar geht der rechte Halbkreis gerade durch alle Orte mit östlicher Länge 20° .



Der Winkel Belgrad - Erdmittelpunkt - Kapstadt ist $\alpha + \beta = 80^\circ$, das Bogenmaß von 80° ist $a = \frac{2\pi}{360^\circ} \cdot 80^\circ = 1,396$. Demnach ist die Bogenlänge $a \cdot r = 1,396 \cdot 6\,370$ km = 8 894 km. **Der Vogel fliegt also rund 9 000 km.**

(2) **Erdumdrehung.** In 24 Stunden dreht sich die Erde einmal um ihre Achse, also um 360° . In 1 h dreht sie sich um $\left(\frac{360}{24}\right)^\circ = 15^\circ$. Das Bogenmaß von 15° ist $\frac{2\pi}{360} \cdot 15 = 0,262$. Also ist die Länge des entsprechenden Kreisbogens $0,262 \cdot 6\,370$ km = 1 667 km. **Die Geschwindigkeit eines Punkts am Äquator ist also 1 667 km/h** — ganz schön schnell!

(3) **Uhr.** Wir beginnen um Mitternacht und fragen, welchen Winkel der Minutenzeiger nach t Minuten zurückgelegt hat.

$$\begin{aligned} 60 \text{ Min} &\simeq 360^\circ = 2\pi \\ 1 \text{ Min} &\simeq 6^\circ = \frac{1}{60} \cdot 2\pi = \frac{\pi}{30} \\ t \text{ Min} &\simeq t \cdot 6^\circ = t \cdot \frac{\pi}{30} \end{aligned}$$

Entsprechend der Stundenzeiger:

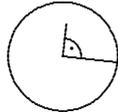
$$\begin{aligned} 12 \text{ h} &\simeq 360^\circ = 2\pi \\ 1 \text{ h} &\simeq 30^\circ = \frac{1}{12} \cdot 2\pi = \frac{\pi}{6} \\ 1 \text{ Min} &\simeq \left(\frac{1}{2}\right)^\circ = \frac{\pi}{60 \cdot 6} = \frac{\pi}{360} \\ t \text{ Min} &\simeq t \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^\circ = t \cdot \frac{\pi}{360} \end{aligned}$$

Frage: Wann stehen nach Mitternacht Minuten- und Stundenzeiger zum ersten Mal senkrecht aufeinander? **Antwort:** Nach t Minuten! Wir müssen nur noch t ausrechnen.

Der Minutenzeiger hat nach t Minuten den Winkel $t\frac{\pi}{30}$ zurückgelegt, der Stundenzeiger den Winkel $t\frac{\pi}{360}$. Der Winkel zwischen beiden ist $\frac{\pi}{2}$, also

$$\frac{\pi}{2} = t\frac{\pi}{30} - t\frac{\pi}{360} = t\pi\left(\frac{1}{30} - \frac{1}{360}\right) = t\pi\frac{11}{360}.$$

Also $t = \frac{360}{22} = 16,4$. **Nach 16,4 Minuten** (also 16 Minuten und 24 Sekunden) **stehen die beiden Zeiger senkrecht aufeinander** (und dies zum ersten Mal nach Mitternacht).



Weitere Aufgaben

1. Im Bielefelder Obersee gibt es im wesentlichen zwei Fischarten, nennen wir sie A und B. Man schätzt, daß es 1985 etwa 70 000 Fische der Sorte A gab, 1990 waren es nur noch 64 000. Trotzdem stieg der Anteil der Fische der Sorte A in diesem Zeitraum von 36% (1985) auf 46% (1990), während der Anteil der Fische der Sorte B von 41% (1985) auf 31% (1990) sank. Erklären Sie dieses auf den ersten Blick paradoxe Phänomen. Wieviele Fische der Sorte B gab es demnach 1985 bzw. 1990?

2. Bei den Kommunalwahlen 1994 haben in Bielefeld 70 000 Wähler die CDU gewählt, 1999 waren es nur 64 000. Trotzdem stieg der Anteil der CDU-Wähler von 36% (1994) auf 46% (1999), während der der SPD von 41% (1994) auf 31% (1999) fiel. Erklären Sie dieses auf den ersten Blick paradoxe Phänomen. Wieviele Wähler haben demnach 1994 bzw. 1999 die SPD gewählt?

3. In einer Stadt in der Schweiz leben Italiener, Franzosen und Deutsche. Innerhalb von fünf Jahren verringerte sich die Zahl der Italiener von 70 000 um 6 000. Trotzdem stieg in diesem Zeitraum der Anteil der Italiener von 36% auf 46%, während der Anteil der Franzosen im gleichen Zeitraum von 41% auf 31% fiel. Erklären Sie dieses auf den ersten Blick paradoxe Phänomen. Wieviele Franzosen gab es zu Beginn bzw. am Ende dieses Zeitraums?

Hinweis: Die Zahlen der Aufgabe 2 sind korrekt; die von 1 und 3 erfunden, aber das spielt natürlich für derartigen Aufgaben im Rahmen dieser Vorlesung keine Rolle!

4. Man vergleiche: Der Betrag von 100 000 EUR werde zwei Jahre lang verzinst.

- (a) Im ersten Jahr mit einem Zinssatz von 2%, im zweiten mit 4%.
- (b) In beiden Jahren mit einem Zinssatz von 3%.
- (c) Im ersten Jahr mit einem Zinssatz von 4%, im zweiten mit 2%.

5. Man vergleiche: Eine Tierpopulation wachse

- (a) Im ersten Jahr um 20%, im zweiten um 40%.
- (b) In beiden Jahren jeweils um 30%.
- (c) Im ersten Jahr um 40%, im zweiten um 20%.