

*arithmetico-geometricorum orientur* bildet die erste und zwar eine sehr sorgfältig geschriebene Aufzeichnung in einem Handbuche, welches, wie der Titel besagt, von dem Jahre 1800 an benutzt ist. Die Beschäftigung mit diesem Gegenstande wird aber schon in einer viel frühern Zeit begonnen haben; nach Mittheilungen über eine mündliche Äusserung von GAUSS, scheint er im Jahre 1794 die Beziehungen zwischen den arithmetisch-geometrischen Mitteln und den Potenzreihen, in denen die Exponenten mit den Quadrat-Zahlen fortschreiten, gekannt zu haben.

Die Formeln für den in Art. 18. Seite 389. aufgenommenen Algorithmus, der die von GAUSS eingeführten neuen Transscendenten mit den Quadrat-Werthen der beiden Argumente zurückführt auf die Transscendenten mit den einfachen Argument-Werthen, folgen in einem Handbuche unmittelbar auf eine astronomische Rechnung an deren Schlusse steht 'geendigt d. 2. May 1800'. Die Aufzeichnungen der anderen Untersuchungen über das Arithmetisch-Geometrische Mittel befinden sich theils auf einzelnen nicht datirten Blättern, theils erscheinen sie in den Handbüchern wegen ihrer Kürze an einigen, früher zu grösserer Übersichtlichkeit zwischen verschiedenartigen Arbeiten leer gelassenen, Stellen niedergeschrieben und erlauben keine sichere Zeitangabe.

Wie schon in Art. 12 bemerkt, habe ich geglaubt zur Annehmlichkeit für den Leser diese sehr zerstückelten Untersuchungen durch eine zusammenhängende Darstellung vereinigen zu müssen selbst auf die Gefahr hin, hier einige Entwicklungen hinzustellen, die von GAUSS nicht ausgeführt worden sind, wie z. B. die Ableitung der Differentialgleichung für das Arithmetisch-Geometrische Mittel ohne die Reihen-Entwicklung und die Darstellung durch bestimmte Integrale vorauszusetzen, eine Ableitung, die sich an die in Art. 10. ausgeführte Untersuchung anschliesst und sich von der von Herrn BOUCHAARD gegebenen ersten derartigen Ableitung unterscheidet. Die in Art. 17. angeregte Frage über den Zusammenhang zwischen den binären quadratischen Formen mit negativen Determinanten und den von GAUSS gefundenen neuen Transscendenten findet ihre vollständigste Erledigung durch die Untersuchungen des Herrn KRONCKER über diesen Gegenstand.

Für die *Lemniscatischen Functionen* besitzen wir die von GAUSS in einem Handbuche verzeichnete Zeitbestimmung '*Functiones Lemniscaticae considerare coeperamus 1797. Januar. 8.*' Von den im Nachlasse vorhandenen Aufzeichnungen scheint nach Papier und Form der Handschrift zu urthellen, die auf einem besonderen Blatte stehenden und hier von mir mit 1, 2, 3, 4 bezeichneten Artikel der *ersten Gruppe* der Untersuchungen über die Lemniscatischen Functionen die früheste zu sein. Die folgenden hier auf Seite 400—412 unter der gemeinsamen von GAUSS an mehreren Stellen gebrauchten Überschrift: '*Einige neue Formeln die Lemniscatischen Functionen betreffend*' zusammengestellten Aufzeichnungen derselben ersten Gruppe gehören einer ungleich spätern Zeit an, die darin enthaltenen Resultate sind auch wohl viel früher gefunden und theils zur Gedächtnisprobe, theils in dem Streben recht elegante Formeln zu erhalten von Neuem niedergeschrieben und zwar in zwei Handbüchern, von denen das eine im '*November 1801*' das andere '*im Mai 1800 angefangen*' ist. Die Functionen *sin. lemn.* so wie *cos. lemn.* bezeichnet GAUSS überall durch die aus der Zusammensetzung von *s* und *l* so wie von *c* und *l* gebildeten Schriftzüge. Da diese bis jetzt nicht in Druckzeichen vorhanden sind, so habe ich sie hier durch die Worte selbst ersetzt.