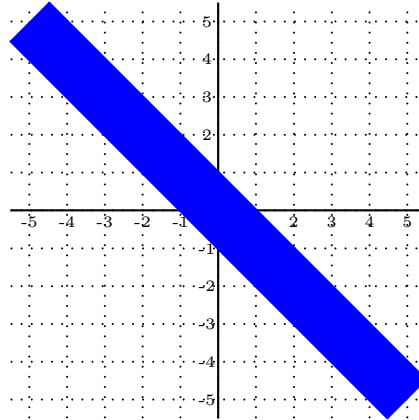


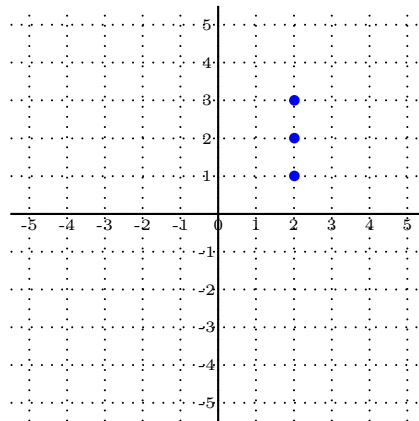
Präsenz-Aufgaben 1.

1. Man skizziere die folgenden Teilmengen der Ebene $\mathbb{R}^2$

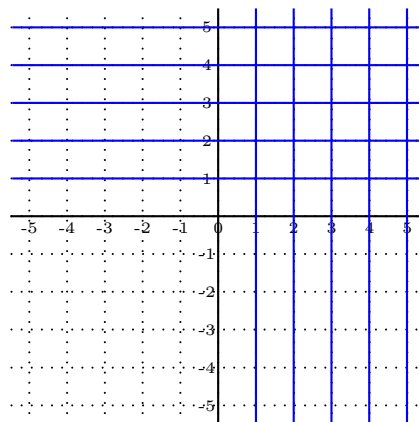
$$M_1 = \{(x, y) \mid |x + y| \leq 1\}$$



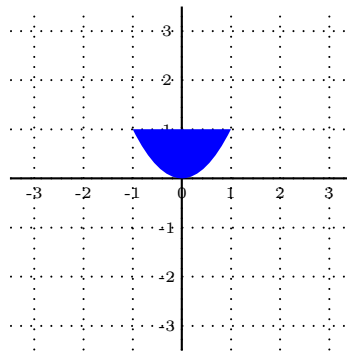
$$M_2 = \{(x, y) \mid x = 2 \text{ und } y \in \{1, 2, 3\}\}$$



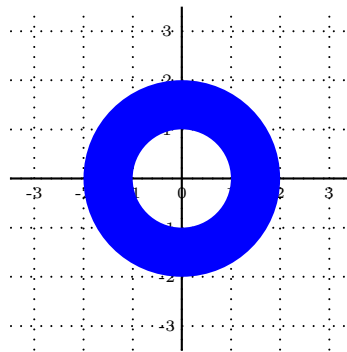
$$M_3 = \{(x, y) \mid x = \mathbb{N} \text{ oder } y \in \mathbb{N}\}$$



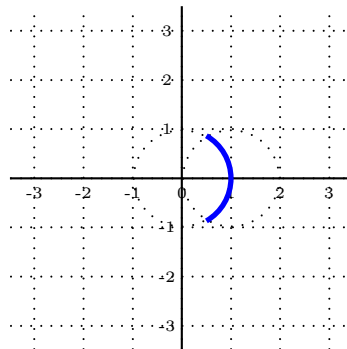
$$M_4 = \{(x, y) \mid x^2 \leq y \leq 1\}$$



$$M_5 = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$$



$$M_6 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1 \text{ und } (x-1)^2 + y^2 \leq 1\}$$



$$M_7 = \{(x, y) \mid y = -x^2 \text{ und } y = 1\} = \{(x, y) \mid -x^2 = 1\} = \emptyset$$

2. Seien A, B, C Mengen. Man zeige:

- (a) $(A \setminus B) \setminus B = A \setminus B$,
(b) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$,
(c) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$,
(d) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$.

Zu (a)

$$\begin{aligned} " \subseteq " \quad x \in (A \setminus B) \setminus B &\Rightarrow x \in (A \setminus B) \text{ und } x \notin B, \\ &\Rightarrow x \in A \text{ und } x \notin B, \\ &\Rightarrow x \in A \setminus B. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} " \supseteq " \quad x \in A \setminus B &\Rightarrow x \in A \text{ und } x \notin B, \\ &\Rightarrow x \in A \setminus B \text{ und } x \notin B, \\ &\Rightarrow x \in (A \setminus B) \setminus B. \end{aligned}$$

Zu (b)

$$\begin{aligned} " \subseteq " \quad x \in (A \setminus B) \setminus C &\Rightarrow x \in (A \setminus B) \text{ und } x \notin C, \\ &\Rightarrow x \in A \text{ und } x \notin B, \text{ und } x \notin C, \\ &\Rightarrow x \in A \text{ und } x \notin B \cup C, \\ &\Rightarrow x \in A \setminus (B \cup C). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} " \supseteq " \quad x \in A \setminus (B \cup C) &\Rightarrow x \in A \text{ und } x \notin B \cup C, \\ &\Rightarrow x \in A \text{ und } x \notin B \text{ und } x \notin C, \\ &\Rightarrow x \in A \setminus B \text{ und } x \notin C, \\ &\Rightarrow x \in (A \setminus B) \setminus C. \end{aligned}$$

Zu (c)

$$\begin{aligned} " \subseteq " \quad x \in (A \cup B) \cap C &\Rightarrow x \in (A \cup B) \text{ und } x \in C, \\ &\Rightarrow (x \in A \text{ oder } x \in B) \text{ und } x \in C, \\ &\Rightarrow \begin{array}{l} \text{Fall I. } x \in A \text{ und } x \notin B \text{ und } x \in C \Rightarrow x \in A \cap C, \\ \text{Fall II. } x \notin A \text{ und } x \in B \text{ und } x \in C \Rightarrow x \in B \cap C, \end{array} \\ &\Rightarrow x \in (A \cap C) \cup (B \cap C). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} " \supseteq " \quad x \in (A \cap C) \cup (B \cap C) &\Rightarrow x \in (A \cap C) \text{ oder } x \in (B \cap C), \\ &\Rightarrow \begin{array}{l} \text{Fall I. } x \in (A \cap C) \text{ und } x \notin (B \cap C) \Rightarrow x \in (A \cap C) \cup B, \\ \text{Fall II. } x \notin (A \cap C) \text{ und } x \in (B \cap C) \Rightarrow x \in (B \cap C) \cup A, \end{array} \\ &\Rightarrow x \in (A \cup B) \cap C. \end{aligned}$$

Zu (d)

$$\begin{aligned} " \subseteq " \quad x \in (A \cap B) \cup C &\Rightarrow x \in (A \cap B) \text{ oder } x \in C, \\ &\Rightarrow \begin{array}{l} \text{Fall I. } x \notin C \Rightarrow x \in A \text{ und } x \in B, \\ \Rightarrow x \in (A \cap B) \text{ und } x \in C. \end{array} \\ &\Rightarrow \begin{array}{l} \text{Fall II. } x \notin (A \cap B) \Rightarrow x \in C, \\ \Rightarrow x \in (A \cup C) \text{ und } x \in (B \cup C). \end{array} \\ &\Rightarrow x \in (A \cup C) \cap (B \cup C). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} " \supseteq " \quad x \in (A \cup C) \cap (B \cup C) &\Rightarrow x \in (A \cup C) \text{ und } x \in (B \cup C), \\ &\Rightarrow \begin{array}{l} \text{Fall I. } x \notin C \Rightarrow x \in A \text{ und } x \in B, \\ \text{Fall II. } x \notin A \text{ und } x \notin B \Rightarrow x \in C, \end{array} \\ &\Rightarrow x \in (A \cap B) \cup C. \end{aligned}$$