

Präsenz-Aufgaben 2.

1. Seien A_1, A_2, B_1, B_2 Mengen. Man zeige:

(a) $(A_1 \cap A_2) \cup (B_1 \cap B_2) \subseteq (A_1 \cup B_1) \cap (A_2 \cup B_2) \cap (A_1 \cup B_2)$

(b) Gilt auch die umgekehrte Inklusion?

Zu (a)

Fall 1. $x \in A_1 \cap A_2 \Rightarrow x \in A_1$ und $x \in A_2$,
 $\Rightarrow x \in (A_1 \cup B_1)$ und $x \in (A_2 \cup B_2)$ und $x \in (A_1 \cup B_2)$,
 $\Rightarrow x \in (A_1 \cup B_1) \cap (A_2 \cup B_2) \cap (A_1 \cup B_2)$.

Fall 2. $x \in B_1 \cap B_2 \Rightarrow x \in B_1$ und $x \in B_2$,
 $\Rightarrow x \in (A_1 \cup B_1)$ und $x \in (A_2 \cup B_2)$ und $x \in (A_1 \cup B_2)$,
 $\Rightarrow x \in (A_1 \cup B_1) \cap (A_2 \cup B_2) \cap (A_1 \cup B_2)$.

Zu (b) Die umgekehrte Inklusion gilt nicht. Gegenbeispiel: Seien

$$A_1 = \{1, 2, 3\}, A_2 = \{1, 2, 5\}, B_1 = \{1, 2, 5, 17, 49\}, B_2 = \{1, 3, 17, 49\},$$

dann $3 \in A_1 \cup B_1$ und $3 \in A_2 \cup B_2$ und $3 \in A_1 \cup B_2$, d.h. $x \in (A_1 \cup B_1) \cap (A_2 \cup B_2) \cap (A_1 \cup B_2)$, aber $3 \notin (A_1 \cap A_2)$ und $3 \notin (B_1 \cap B_2)$, d.h. $3 \notin (A_1 \cap A_2) \cup (B_1 \cap B_2)$.

2. Die Umrechnungsformel zwischen dem Bogenmaß a und dem Winkelmaß α eines Winkels:

$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{a}{2\pi}$$

(a) Wie groß sind die folgenden Winkel im Gradmaß?

$$\begin{aligned} 1 \text{ rad} : \quad \alpha &= \frac{360^\circ}{2\pi} \cdot 1 = 57,3^\circ, \\ 0 \text{ rad} : \quad \alpha &= 0^\circ, \\ \pi \text{ rad} : \quad \alpha &= \frac{360^\circ}{2\pi} \cdot \pi = 180^\circ, \\ \frac{2}{3}\pi \text{ rad} : \quad \alpha &= \frac{360^\circ}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{3} = 120^\circ, \\ \frac{1}{12}\pi \text{ rad} : \quad \alpha &= \frac{360^\circ}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{12} = 15^\circ, \end{aligned}$$

(b) Wie groß sind die folgenden Winkel im Bogenmaß?

$$\begin{aligned} 30^\circ : \quad a &= \frac{2\pi}{360^\circ} \cdot 30^\circ = \frac{1}{6}\pi, \\ 45^\circ : \quad a &= \frac{2\pi}{360^\circ} \cdot 45^\circ = \frac{1}{4}\pi, \\ 50^\circ : \quad a &= \frac{2\pi}{360^\circ} \cdot 50^\circ = \frac{5}{18}\pi, \\ 270^\circ : \quad a &= \frac{2\pi}{360^\circ} \cdot 270^\circ = \frac{3}{2}\pi, \\ -40^\circ : \quad a &= \frac{2\pi}{360^\circ} \cdot (-40^\circ) = -\frac{2\pi}{9} = -\frac{16}{9}\pi, \end{aligned}$$