1. Die folgende Tabelle enthält für alle Planeten den (mittleren) Abstand **a** zur Sonne (in Vielfachen des Abstands der Erde von der Sonne) und die Umlaufzeit **U** (in Jahren). Trage die Datenpaare in ein doppelt-logarithmisches Koordinatensystem ein. Was fällt auf?

	a	**U**		**a**	**U**
Merkur	0,387	0,241	Jupiter	5,203	11,86
Venus	0,723	0,615	Uranus	19,18	84,02
Erde	1,0	1,0	Neptun	30,09	164,8
Mars	1,524	1,881	Pluto	39,7	247,7
Saturn	9,546	29,46			

Man erhält auf diese Weise das **dritte Keplersche Gesetz**.

2. Logistisches Wachstum. Gesucht sind Konstanten B, k, λ einer logistischen Funktion, die folgende Meßwerte relativ gut approximiert:

x	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
y	1	5	20	50	90	150	210	250	280	295	299

3. Frequenz und Dauer

(a) Waschmaschine. Die Trommel einer Waschmaschine beim Schleudern drehe sich 1000 mal pro Minute. Berechne die Dauer einer Umdrehung und die Frequenz.

(b) Erdumdrehung. Die Erde dreht sich in 24 Stunden einmal um ihre Achse. Berechne die Dauer einer Umdrehung und die Frequenz.

(c) Weihnachten findet einmal im Jahr statt. Berechne die Frequenz.

(d) Schallwellen. Schallwellen im menschlichen Hörbereich haben eine Frequenz zwischen 16 Hz und 20 000 Hz. Zwischen welchen Werten liegt demnach die Schwingungsdauer einer derartigen Schallwelle?

4. Mit Hilfe von Maple oder einem anderen Funktionenplotter (also zum Beispiel auch Excel) zeichne man den Graph der folgenden Funktionen $f(x)$ für $-5 \leq x \leq 5$ (sie sind für $x = 0$ nicht definiert, daher definiere man jeweils $f(0) = 0$).

(a) $\sin(\frac{1}{x})$

(b) $x \cdot \sin(\frac{1}{x})$

(c) $x^2 \cdot \sin(\frac{1}{x})$

(d) $\frac{1}{x} \cdot \sin(\frac{1}{x})$.

In der Nähe von Null werden die jeweiligen Bilder sehr ungenau — man beschreibe mit Worten, was man dort sehen sollte. Sind diese Funktionen dort stetig? sind sie differenzierbar?

Präsenz-Übungen

1. Gegeben sei die folgende Wertetabelle:

x	$0,007$	$0,18$	$0,8$	$3,4$	22	130	850
y	$0,5$	$1,1$	$3,7$	$5,4$	$7,6$	$9,25$	$12,3$

Frage: lassen sich die Werte besser durch eine logarithmische oder durch eine Potenzfunktion ausgleichen?

Hinweis: Man verwende logarithmisches bzw. doppelt-logarithmisches Papier.

2. Um eine hochfrequente, hochgespannte Wechselspannung U, der zusätzlich eine Gleichspannung überlagert ist, auf einem Oszillographen darzustellen, werden zum Schutz der Meßinstrumente Transformatoren und Widerstände eingesetzt.
Die Wechselspannung U [V] habe den zeitlichen Verlauf

$$U = f(t) = 500 \text{ V} + 300 \text{ KV} \sin(2\pi \cdot 100 \text{ KHz} \cdot t + \frac{\pi}{3}).$$

Eine Periode des Verlaufs von U soll symmetrisch zur Spannungsachse im Sichtfeld des Oszillographen (-1 sec $\leq t \leq$ 1 sec, -1 V $\leq u \leq$ 1V) in voller Größe dargestellt werden, und zwar vermöge einer durch

$$u(t) = a \cdot f(c \cdot t + d) + b$$

definierten Funktion $u(t)$. (Wähle eine geeignete Periode, bestimme die Konstanten a, b, c, d, die bestimmten Reglern am Oszillographen entsprechen und erläutere ihre Bedeutung beim Vergleich der Graphen von $f(t)$ und $u(t)$.)

3. Man weiß, daß der Luftdruck (bei gleichbleibender Temperatur) mit zunehmender Höhe h über dem Meeresspiegel exponentiell abnimmt, für den Druck in Höhe h gilt (jedenfalls ungefähr):

$$p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{h}{8}},$$

dabei ist h die Höhe über NN, gemessen in km. Der Druck wird jeweils in Nm^{-2} gemessen. Es ist p_0 der Druck auf Meereshöhe NN, und zwar gilt $p_0 = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$. (NN wird gelesen als “Normalnull”. Dagegen steht das N in Nm^{-2} für “Newton”, dies ist die offizielle Einheit für Kräfte: 1 N ist die Kraft, die einen Körper mit Masse 1 kg mit 1 m/sec^{-2} beschleunigt.)

(a) Mit Hilfe dieser Formel berechne man den Druck auf dem Mount-Everest-Gipfel (Höhe etwa 8,9 km) und vergleiche ihn mit dem in Meereshöhe.

(b) Zeige, daß für die Umkehrfunktion $h(x)$ gilt:

$$h(x) = 8 \cdot \ln \frac{p_0}{x} \quad \text{für} \quad x > 0,$$

hier ist nun x der gemessene Luftdruck und $h(x)$ die zugehörige Höhe. Man nennt dies die **barometrische Höhenformel.**

4. Berechne

$$\log_2(\log_2 256), \quad \log_{10}(\log_{10} 10\,000\,000\,000).$$