Die 7 Friesgruppen

Fall A: Alle Symmetrien sind eigentlich. Gibt es keine Drehungen, so Typ 1, gibt es welche, so Typ 2.

Fall B1: Es gibt uneigentliche Symmetrien, und keine Drehungen. Gibt es eine Spiegelachse, die unter den Translationen invariant bleibt, so Typ 3, gibt es Spiegelachsen, die unter den Translationen nicht invariant bleiben, so Typ 4, gibt es keine Spiegelachse, so Typ 5.

Fall B2: Es gibt uneigentliche Symmetrien und auch Drehungen. Gibt es keine Spiegelachse, die unter den Translationen invariant bleibt, so Typ 6, andernfalls Typ 7.

Die 17 ebenen Kristallgruppen

Es gibt 17 verschiedene ebene Kristallgruppen. Hier ein **Entscheidungsverfahren** zur Bestimmung des jeweiligen Typs. Sei G eine ebene Kristallgruppe, sei d die höchste Ordnung einer Drehung in G. Es sei $\overline{G}$ die zugehörige Punktgruppe.

(Gleitspiegelachsen bezeichnen wir einfach als Achsen. Unter einem Viererzentrum verstehen wir das Drehzentrum einer Drehung der Ordnung 4; analog ist ein Dreierzentrum definiert.)

d		Typ	$\overline{G}$
Fall 1. *Alle Symmetrien in G sind eigentliche Bewegungen.*			
1		p1	$\mathcal{C}_1$
2		p2	$\mathcal{C}_2$
3		p3	$\mathcal{C}_3$
4		p4	$\mathcal{C}_4$
6		p6	$\mathcal{C}_6$
Fall 2. *Es gibt Symmetrien in G, die uneigentliche Bewegungen sind.*			
1	Jede Achse ist Spiegelachse.	pm	$\mathcal{D}_1$
	Es gibt keine Spiegelachse.	pg	$\mathcal{D}_1$
	Es gibt Spiegelachsen, aber auch Achsen, die keine Spiegelachsen sind.	cm	$\mathcal{D}_1$
2	Jedes Drehzentrum liegt auf zwei orthogonalen Spiegelachsen.	pmm	$\mathcal{D}_2$
	Ein Drehzentrum liegt auf genau einer Achse.	pmg	$\mathcal{D}_2$
	Ein Drehzentrum liegt auf keiner Achse.	pgg	$\mathcal{D}_2$
	Es gibt ein Drehzentrum, das auf zwei orthogonalen Achsen, die keine Spiegelachsen sind, liegt.	cmm	$\mathcal{D}_2$
3	Jedes Dreierzentrum liegt auf einer Spiegelachse.	p3m1	$\mathcal{D}_3$
	Es gibt ein Dreierzentrum, das auf keiner Spiegelachse liegt.	p31m	$\mathcal{D}_3$
4	Ein Viererzentrum liegt auf einer Spiegelachse.	p4m	$\mathcal{D}_4$
	Ein Viererzentrum liegt auf keiner Spiegelachse.	p4g	$\mathcal{D}_4$
6		p6m	$\mathcal{D}_6$