Test 1 Lösungen.

1. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$

3. Man schreibe die folgende Matrix als Linearkombination der Basis-Matrizen $E_{11}, E_{12}, E_{13}, E_{21}, E_{22}, E_{23}$:

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \end{bmatrix} = 2E_{12} + 3E_{21} - E_{22}$$

4. Man bringe die folgende Matrix in Schubert-Normalform:

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 4 & 0 & 2 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$ (Addition des (-2)-Fachen der ersten Zeile zur zweiten Zeile)

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$ (Vertauschung von zweiter und dritter Zeile)

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$ (Addition des (-1)-Fachen der zweiten Zeile zur ersten Zeile)

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$ (Multiplikation der ersten Zeile mit $\frac{1}{2}$.)

5. Zeige: Sind a, b Elemente einer Gruppe, so gilt $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$.

Es gilt: $(ab)(b^{-1}a^{-1}) = a(bb^{-1})a^{-1} = a \cdot 1 \cdot a^{-1} = aa^{-1} = 1$.