

Abgabe: Donnerstag, 25.05.2000

Aufgabenblatt 6: Isometrien. Diesmal nur Geometrie.

Es gibt hierzu drei Beilagen I, II, III.

21. Es gibt ein Spiel- und Zeichengerät (*Spirograph*), mit dem man interessante geschlossene Kurven zeichnen kann (siehe Beilage I): Entlang des Inneren eines Kreises A mit einem Zahnkranz wird ein Zahnrad B abgerollt, in dem ein Zeichenstift steckt. Zeige:

- (a) Die Anzahl der Zähne von A sei r , die von B sei s (natürlich ist $s < r$ und meist ist $s \geq 5$). Bestimme die Symmetriegruppe der Kurve, die entsteht, wenn sich der Zeichenstift in einer Öffnung C befindet, die nicht im Mittelpunkt von B liegt.
- (b) Die zweite Abbildung der Beilage I entstand mit einem Kreis A mit 105 Zähnen. Wie viele Zähne hatte das Zahnrad B ?

22. In der Beilage II findet man einige Frieze: Als erstes einige Beispiel aus der Kunstgeschichte. Dann Keramik-Frieze (zum Teil mexikanisch). Als letztes die Fährten des Rothirsches: **a** ziehend, **b** flüchtend. Gib jeweils die zugehörigen Symmetriegruppen an.

23. Geben Sie zu jeder der 17 ebenen Kristallgruppen G die Punktgruppe $\overline{G}$ an:

- (a) Ist $\overline{G}$ eine Drehgruppe, so soll ein erzeugendes Element von $\overline{G}$ angegeben werden. Ist $\overline{G}$ keine Drehgruppe, so gebe man ein erzeugendes Element der Untergruppe aller Drehungen und zusätzlich Spiegelachsen und Gleitspiegelachsen an, so dass für die zugehörigen Bewegungen $h_1, \dots, h_n$ gilt: Die Restklassen $\overline{h}_1, \dots, \overline{h}_n$ in $\overline{G}$ sind paarweise verschieden und liefern alle Spiegelungen in $\overline{G}$.

- (b) Es gibt genau einen Fall mit Punktgruppe C_3 . In diesem Fall, und in einem der Fälle mit Punktgruppe D_2 zeige man explizit, daß die Punktgruppe keine weiteren Elemente besitzt.

24. Die Beilage III enthält einige Muster. Geben Sie zu jedem Muster den zugehörigen Typ an.