

Routine-Zettel 1

1. Bestimme mit Hilfe der Legendre-Formel $(100!)_3$.
2. Wieviele Endnullen hat $110!$ (in der Darstellung im Zehner-System).
3. Welche der folgenden Primzahlen sind Teiler von $\binom{300}{150}$?
127 131 137 139 149 151 157 163 167 173 179
4. Sei ϕ die Euler'sche ϕ -Funktion. Gesucht ist $\phi(n)$ für $n = 10, 100, 1000, 27, 395$.
5. Zeige: Ist a ein Teiler von b , so ist $\phi(a)$ ein Teiler von $\phi(b)$.
6. Man gebe alle natürlichen Zahlen n mit $\phi(n) = 4$ an.
7. Sei μ die Möbius-Funktion. Gesucht sind die Werte $\mu(n)$ für $n = 10, 100, 1000, 35, 7919$.
8. Für welche natürliche Zahlen a gilt $\mu(a^2) > 0$?
9. Sei $\tau(n)$ die Anzahl der Teiler von n . Gesucht ist $\tau(n)$ für $n = 10\,000, 27, 35, 105, 7919$.
10. Sei C_n die zyklische Gruppe der Ordnung n . Man bestimme für alle $1 \leq i \leq 20$ die Anzahl $a(i)$ der Elemente von C_{20} , die die Ordnung i haben.
11. Zeige: Ist p Primzahl, und gilt $a^2 \equiv b^2 \pmod{p}$, so ist p ein Teiler von $a + b$ oder $a - b$.
12. Man zeige: Jede vierte Potenz n^4 hat im Zehnersystem als Einerziffer eine der Zahlen $0, 1, 5, 6$.
13. Gesucht ist ein System zweier Kongruenzen
$$x \equiv a \pmod{6} \quad \text{und} \quad x \equiv b \pmod{15}$$
das keine (gemeinsame) Lösung besitzt.
14. Man gebe einen Teiler $1 < t < n$ der Zahl $n = 2^{1769} + 1$ an ($1769 = 29 \cdot 61$).
15. Man gebe einen Teiler $1 < t < n$ der Zahl $n = 2^{1769} - 1$ an ($1769 = 29 \cdot 61$).
16. Wieviele Quadrate gibt es in den Ringen $\mathbb{Z}/n$ mit $n = 2, 3, 5, 19, 97$?
17. Man gebe alle Quadrate in $\mathbb{Z}/11$ an.
18. Berechne $\left(\frac{105}{7919}\right)$.

1. Use the Legendre formula in order to determine $(100!)_3$.
2. How many zeros occur at the end of $110!$ (if expressed as a decimal number).
3. Which of the following number are divisors of $\binom{300}{150}$?
 $127 \quad 131 \quad 137 \quad 139 \quad 149 \quad 151 \quad 157 \quad 163 \quad 167 \quad 173 \quad 179$
4. Let ϕ be the Euler function. What is $\phi(n)$ for $n = 10, 100, 1000, 27, 395$.
5. Show: If a divides b , then $\phi(a)$ divides $\phi(b)$.
6. What are the natural numbers n with $\phi(n) = 4$.
7. Let μ be the Möbius function. What is $\mu(n)$ for $n = 10, 100, 1000, 35, 7919$.
8. Determine all natural numbers a with $\mu(a^2) > 0$.
9. Let $\tau(n)$ be the number of divisors of n . What is $\tau(n)$ for $n = 10\,000, 27, 35, 105, 7919$.
10. Let C_n be the cyclic group of order n . For all $1 \leq i \leq 20$, determine the number $a(i)$ of elements of order i in C_{20} .
11. Show: Let p be a prime. If $a^2 \equiv b^2 \pmod{p}$, then p divides $a + b$ or $a - b$.
12. Show: The last digit in the decimal expansion of a forth power n^4 is one of the numbers $0, 1, 5, 6$.
13. We are looking for a system of two congruences
$$x \equiv a \pmod{6} \quad \text{und} \quad x \equiv b \pmod{15}$$
which has no solution.
14. Determine a divisor $1 < t < n$ of $n = 2^{1769} + 1$ (note $1769 = 29 \cdot 61$).
15. Determine a divisor $1 < t < n$ of $n = 2^{1769} - 1$ (note $1769 = 29 \cdot 61$).
16. How many squares are in the rings $\mathbb{Z}/n$ mit $n = 2, 3, 5, 19, 97$?
17. Exhibit all squares in $\mathbb{Z}/11$.
18. Calculate $\left(\frac{105}{7919}\right)$.

Während der Weihnachtspause werden weitere Routine-Zettel im Internet veröffentlicht. Jede dieser Aufgaben sollte in höchstens 5 Minuten lösbar sein. Lösungen sollen nicht abgegeben werden — Schwierigkeiten können in den Übungsgruppen im neuen Jahr besprochen werden.

During the Christmas break, further routine assignments will be available via the internet. Every such exercises should be solvable in at most 5 minutes. Solutions are not supposed to be handed in, but can be discussed in the tutorials in January.