

# Die Rechenkunst im 19. Jahrhunderte

Ein Kapitel aus der

**Geschichte der Rechenkunst**<sup>1</sup>

von

MATTHÄUS STERNER

München und Leipzig

Druck und Verlag von R. Oldenbourg

Abteilung für Schulbücher (1891)

S. 392–399

## Die Entwicklung des modernen Rechenunterrichts

Die Regelmethode des 16. und 17. Jahrhunderts war ein notwendiges Glied in der Entwicklung der Lehrart des Rechnens. Sie repräsentiert die Stufe der Rezeptivität. Der römische Bezifferungsmodus lastete ehemals wie ein Alp auf der Arithmetik und hielt sie am Boden. In der Freude über die herrliche Erfindung der Positionsarithmetik machten unsere Ahnen von ihr Gebrauch, ohne sich viel um das innere Triebwerk dieser Erfindung zu kümmern, wie heute noch Tausende sich von der Dampfmaschine durch Weltteile tragen lassen, ohne viel mehr von ihrer sinnreichen Konstruktion zu wissen, als daß — die Maschine durch Dampf getrieben wird. Früher wollte man das Rechnen leicht und geschwind lehren; nun setzt man allmählich dem Rechenunterricht ein höheres Ziel; er sollte ein Mittel zur Förderung der Denkhätigkeit sein. Dieser Gedanke gewann im 18. Jahrhunderte immer weitere Verbreitung; denn das pädagogische Jahrhundert hoffte von einem wirksamen Unterrichte in den Schulen auch eine allgemeine Förderung der Aufklärung und des Volkswohlstandes. Darum machten die Schriften pädagogischer Koryphäen, wie z. B. von Basedow, Wolke, Trapp, Olivier, Campe, Salzmann, Braun, Villaume, Overberg, Felbiger, Kindermann u.a. einen überraschenden Eindruck, noch mehr aber die thatsächliche Aufstellung musterhafter Schuleinrichtungen. So steigerte sich die Teilnahme an den Bestrebungen zur Verbesserung der Schulen mit Anfang des 19. Jahrhunderts zu einem so allgemeinen und ernstesten Interesse, daß sich alsbald die besten Männer der deutschen Nation mit dem neu eröffneten Kulturgebiete beschäftigten. Es wurden Schulhäuser gebaut, Schulstellen dotiert, Schulen und Kinder mit Lehrmitteln versehen und geprüfte Lehrer angestellt. Die Modisten starben mit der Neige des Jahrhunderts aus<sup>2</sup>. Eine reichhaltige Litteratur, auf dem Boden der Volksschule entstanden, wirkte hinwieder förderlich auf das Volksschulwesen zurück. Ja, es fehlte nicht an Forderungen, die gesamte öffentliche Erziehung als einen wichtigen Zweig der öffentlichen Staatsverwaltung zu behandeln, und die Regierungen zeigten sich diesem Gedanken zugänglich. Die Zeitverhältnisse waren außerordentlich günstig, um die Volksschulen einer relativen Verbesserung entgegenzuführen. Unter diesen Umständen konnte ein Mann, welcher das Wesen des Volksschulunterrichts mit wissenschaftlicher Gründlichkeit zu erfassen und ein fruchtbares Lehrverfahren zu organisieren vermochte, auf Teilnahme und Zustimmung in den weitesten Kreisen rechnen. Dieser Mann erstand in dem Schweizer J o h . H e i n r i c h P e s t a l o z z i (1746–1827).

<sup>1</sup><http://www.math.uni-bielefeld.de/~sieben/sterner.1891.ocr.pdf>

<sup>2</sup>1799 war der Titel Modist an einzelnen Orten noch gebräuchlich. Wittich sagt darüber: Den Namen Modisten führen nur etliche deutsche Schullehrer im Württembergischen, z. B. einer in Tübingen und einer in Urach. Es ist diese Benennung bloß lokal.

Pestalozzi erkannte in der geistigen und sittlichen Vervollkommnung des Kindes, in der Ausbildung seiner Seelenkräfte, in der Darstellung der Menschenwürde im Kinde das nächste Ziel des Unterrichts. Die Lehrgegenstände wollte er nur als Mittel zur Erreichung dieses Ziels benutzt wissen. Weil ihm das Rechnen als reine und zuverlässige Vernunftwissenschaft zur Bildung der Geisteskräfte am geeignetsten erschien, erhob er es zu einem Universalbildungsmittel, zum Mittelpunkt des gesamten Unterrichts. Hören wir Pestalozzi selbst<sup>3</sup>:

„Das dritte Elementarmittel unserer Erkenntnis ist die Zahl. Indessen aber Schall und Form (die beiden ersten Elementarmittel) durch mehrere ihrer Elementarumfassung untergeordnete Unterrichtsmittel uns zu deutlichen Begriffen und der Geistesselbstständigkeit, die durch sie erzielt wird, hinführen, ist auch die Rechenkunst das einzige Unterrichtsmittel, das keine untergeordneten Mittel an sich anschließt, sondern bis auf die äußersten Wirkungen seines Einflusses immer nur als einfache Folge seiner Elementarkraft erscheint, durch welche wir das Verhältnis des Mehrs und des Minders in allen Anschauungen uns selbst zum klaren Bewußtsein zu bringen und uns dieses Verhältnis ins Unermessliche bis zur deutlichsten Bestimmung vorzustellen imstande sind. Schall und Form führen den Keim des Irrtums und der Täuschung sehr oft und auf verschiedene Weise in sich selbst. Die Zahl niemals; sie allein führt zu untrüglichen Resultaten; und wenn die Messkunst den nämlichen Anspruch macht, so kann sie denselben nur durch die Handbietung der Rechenkunst und durch ihre Vereinigung mit ihr behaupten, d. h. sie ist darum untrüglich, weil sie rechnet.“

Von dieser uralten, pythagoreischen Auffassung des Bildungswertes der Rechenkunst ausgehend, sucht Pestalozzi den Rechenunterricht psychologisch zu begründen, wie aus nachstehenden Ausführungen ersichtlich ist:

„Sowie nun dasjenige Unterrichtsmittel (die Zahl), das den Zweck des Unterrichts — die deutlichen Begriffe — am sichersten erzielt, als das wichtigste dieser Mittel angesehen werden muß, so ist offenbar, daß dieses Unterrichtsmittel auch allgemein und mit der vorzüglichsten Sorgfalt und Kunst zu betreiben, und daß es für die Erreichung des letzten Zweckes des Unterrichts höchst wichtig ist, daß auch dieses Unterrichtsmittel in Formen gebracht werde, welche alle Vorteile benutzen, die eine tiefe Psychologie und die umfassendste Kenntnis der unwandelbaren Gesetze des physischen Mechanismus dem Unterrichte allgemein gewähren können. Ich habe mich daher äußerst bemüht, die Rechenkunst in der Anschauung des Kindes zum hellsten Resultat dieser Gesetze zu machen und nicht nur die Elemente derselben im menschlichen Geiste allgemein zu der Einfachheit zurückzudrängen, in der sie in der wirklichen Anschauung der Natur selbst erscheinen, sondern auch ihren Fortschritt in allen ihren Abwechslungen genau und lückenlos an diese Einfachheit der Anfangspunkte anzuketten überzeugt, daß selbst die äußersten Grenzen dieser Kunst nur insoweit Mittel einer wahren Erleuchtung, d. i., Mittel, zu deutlichen Begriffen und reinen Einsichten zu gelangen, sein können, als dieselbe im menschlichen Geiste sich in eben der Stufenfolge entwickeln, in der sie in der Natur selbst von den ersten Anfangspunkten ausgehen. Die Rechenkunst entspringt aus der ganz einfachen Zusammensetzung und Trennung mehrerer Einheiten.

<sup>3</sup>Wie Gertrud ihre Kinder lehrt. 1801. Lindner (Riedel) III. Band S. 104 ff.

Ihre Grundform ist wesentlich diese: Eins und Eins ist Zwei, und Eins von Zwei bleibt Eins.

Auch ist jede Zahl, wie sie immer lautet, an sich selbst nichts anderes als ein Verkürzungsmittel dieser wesentlichen Urform alles Zählens. Es ist aber wichtig, daß das Bewußtsein der Urform der Zahlverhältnisse durch die Verkürzungsmittel der Rechenkunst selbst im menschlichen Geiste nicht geschwächt, sondern durch die Formen, in welchen diese Kunst gelehrt wird, mit großer Sorgfalt hier in denselben eingepägt, und aller Fortschritt dieser Kunst auf den fest erzielten Zweck des im menschlichen Geiste tief erhaltenen Bewußtseins der Realverhältnisse, die allem Rechnen zugrunde liegen, gebaut werde. Würde dieses nicht geschehen, so würde selbst das erste Mittel, zu deutlichen Begriffen zu gelangen, zu einem Spielwerke unseres Gedächtnisses und unserer Einbildungskraft erniedrigt und dadurch in seinem wesentlichen Zwecke kraftlos gemacht werden. Es kann nicht anders sein; wenn wir z. B. bloß auswendig lernen, drei und vier ist sieben, und dann auf dieses Sieben bauen, als wenn wir wirklich wüßten, daß drei und vier sieben ist, so betrügen wir uns selbst; denn die innere Wahrheit dieses Sieben ist nicht in uns, indem wir uns des sinnlichen Hintergrundes, der ihr leeres Wort uns allein zur Wahrheit machen kann, nicht bewußt sind.“

Die Ausführung seiner Grundsätze legt Pestalozzi in folgender Weise dar:

„Ich fange in meinen Bemühungen, den Kindern den festen Eindruck der Zahlverhältnisse als wirkliche Realabwechselungen des Mehr und Mindern, das sich in Gegenständen, die vor Augen stehen, selbst vorfindet, auffallend zu machen, mit dem Buche der Mütter an. Die ersten Tabellen dieses Buches enthalten eine Reihe von Gegenständen, die dem Kinde den Begriff des Eins, Zwei, Drei u.s.w. bis auf Zehn in bestimmten Anschauungen vor Augen legen. Nun lasse ich die Kinder auf diesen Tafeln die Gegenstände, die als Einheit bezeichnet sind, aufsuchen, dann die gedoppelten, dann die dreifachen etc. Hernach mache ich sie an ihren Fingern, oder mit Erbsen, Steinchen und anderen Gegenständen, die bei der Hand sind, eben diese Verhältnisse wiederfinden, und das Bewußtsein derselben sich in ihnen täglich hundert und hundert mal dadurch wieder erneuern, daß ich bei der auf der Buchstabiertafel leichten Verteilung der Wörter in Silben und Buchstaben dann allema! die Frage aufwerfe: wie viel Silben hat das Wort? und wie heißt die erste? zweite? dritte? u.s.w. Auf diese Weise wird die Urform alles Rechnens den Kindern tief eingepägt, und so werden ihnen die Verkürzungsmittel derselben, die Zahlen, mit vollem Bewußtsein ihrer inneren Wahrheit, geläufig, ehe sie im Gebrauch derselben, ohne den Hintergrund der Anschauung vor Augen zu haben, fortschreiten. Unabhängig von dem Vorteile, d a d u r c h das Rechnen zum Fundamente deutlicher Begriffe zu machen, ist es unglaublich, wie die Kunst, selbst den Kindern, durch diesen gesicherten Vordergrund der Anschauung leicht gemacht wird, und die Erfahrung zeigt nun, daß ihre Anfänge bloß dadurch schwer vorkommen, weil diese psychologische Maßregel nicht in der ganzen Ausdehnung benutzt wird, in der sie benutzt werden sollte. Außer den angezeigten Mitteln, und n a c h ihnen, benutzen wir dann die Buchstabiertafel also zum Rechnen: wir stellen auf derselben jedes Täfelchen als eine Einheit auf und fangen mit den Kindern in eben dem Zeitpunkte an, in dem sie die Buchstaben kennen lernen, ihnen auch die Zahlverhältnisse zum Bewußtsein zu bringen. Wir stellen ein Täfelchen besonders und fragen das Kind: Sind das viele Täfelchen? Das Kind antwortet: Nein, nur eins. Dann setzen wir noch eines hinzu und fragen: Eins und Eins — wie viel ist's? Das Kind antwor-

tet: Eins und Eins ist Zwei. So fährt man fort, und setzt zuerst immer nur Eins hinzu; dann zwei, drei u.s.w. Wenn dann das Kind die Zusammensetzungen von Eins und Eins bis auf Zehn vollkommen begriffen und sein Aussprechen zur unbedingtesten Leichtigkeit gebracht hat, setzen wir ihm die Buchstabentäfelchen auf die nämliche Art auf die Tafel, aber verändern jetzt die Frage, und sagen, wenn du zwei Täfelchen hast, wie viel m a l hast du e i n Täfelchen? Das Kind sieht's, zählt's und antwortet richtig: wenn ich zwei Täfelchen habe, so habe ich zweimal ein Täfelchen. Wenn es dann nun durch das bestimmte und oft wiederholte Zählen der Abteilungen zum deutlichen Bewußtsein, wie viele Einheiten in den ersten Zahlen seien, gekommen ist, so verändert man die Frage von neuem, und fragt bei der nochmaligen gleichförmigen Aufstellung der Täfelchen: Wie vielmal eins ist zwei? Wie vielmal eins ist drei? etc. und dann wieder: Wie vielmal ist eins in zwei, eins in drei enthalten?

Erst dann, wenn das Kind mit der einfachen Anfangsform des Addierens, des Multiplizierens und Dividierens bekannt ist und das Wesen dieser Rechnungsformen sich durch Anschauung vollkommen geläufig gemacht hat, sucht man ihm auch die Anfangsform des Subtrahierens auf die gleiche Art durch Anschauung bekannt und geläufig zu machen. Dieses geschieht auf folgende Weise: Man nimmt von den zusammengezählten zehn Täfelchen eins weg und fragt: Wenn du von zehn eins weggenommen hast, wie viel bleiben übrig? Das Kind zählt, finder neun und antwortet: Wenn ich eins von zehn weggenommen habe, so bleiben noch neun. Dann nimmt man das zweite Täfelchen weg u.s.w. Das Bewußtsein des Mehrs und Minders der Gegenstände, das beim Kinde durch Vorlegung wirklicher, beweglicher Realitäten erzeugt worden, wird dann hernach bei ihm durch Rechnungstafeln verstärkt, mit welchen ihm die gleichen Reihenfolgen der Verhältnisse in Strichen und Punkten noch einmal vor Augen gelegt werden. Diese Tafeln werden in der Manier, mit Realitäten zu rechnen, ebenso als Leitfaden gebraucht, wie das Buchstabierbuch zur Aufstellung der Wörter an die Tafel; und wenn dann das Kind im Rechnen mit Realitäten und ihre Stelle vertretenden Punkten oder Strichen so weit geübt ist, als diese Tafeln, die ganz auf Anschauung gegründet sind, geben, so wird das Bewußtsein der wirklichen Zahlverhältnisse bei ihm so stark, daß ihm nun die Verkürzungsmannieren durch gewöhnliche Zahlen, auch ohne Anschauung, nicht nur unglaublich leicht werden, weil seine Geisteskräfte jetzt von Verwirrung, Lückenhaftigkeit und spielendem Raten entfernt sind, so daß man im eigentlichsten Verstande sagen kann, ein solches Rechnen sei nur Vernunftübung und kein Gedächtniswerk oder routinenmäßiger Handwerksvorteil; es sei das Resultat der klarsten, bestimmtesten Anschauung und führe zu nichts als zu deutlichen Begriffen. Da aber die Vermehrung und Verminderung aller Gegenstände nicht bloß in mehr oder minder Einheiten, sondern in der Zerteilung der Einheiten in mehrere Teile besteht, so entsteht dadurch eine zweite Form des Rechnens, oder vielmehr, es öffnet sich die Bahn, in welcher jede einzelne Einheit zum Fundament einer unendlichen Abteilung ihrer selbst und einer unendlichen Verteilung der in ihr liegenden Einheiten gemacht werden kann.

So wie nun bei der ersteren Rechnungsweise, d.i. bei der Mehrung und Minderung ganzer Einheiten, die Zahl Eins als der Anfangspunkt alles Rechnens und als das Fundament der Anschauungskunst aller seiner Abwechselungen muß angesehen werden, also muß bei der zweiten Form des Rechnens eine Figur gefunden werden, die in dieser Rechnungsweise eben das leistet, was die Zahl Eins in

der ersten; es muß eine Figur aufgefunden werden, die ins Unendliche teilbar ist, und die in allen ihren Abteilungen immer sich selbst gleich; eine Figur, durch welche man die Teile der Bruchrechnung ins Unendliche, einer zugleich als Teil des Ganzen, und hinwieder als selbständige ungeteilte Einheiten auf eine Weise zur Anschauung bringen kann, daß jedes Verhältnis eines Bruches dem Kinde im Verhältnis gegen das Ganze so bestimmt und abgemessen vor Augen steht, als bei unserer Methode in der einfachen Rechnungsform die Zahl Eins dem Kinde in der Zahl Drei bestimmt dreimal vor Augen steht. Es ist aber keine Figur möglich, die das leistet, als das *gleichseitige Viereck*. In diesem<sup>4</sup> können wir das Verhältnis der Verteilungen der Einheit oder der Brüche, in ihrer progressiven Reihenfolge, von dem allgemeinen Anfangspunkte alles Mehr oder Minders, von der Zahl Eins an, dem Kinde ebenso sinnlich vor Augen stellen, als wir ihm die Vermehrung und Verminderung der ungeteilten Einheiten (an der Bruchtafel) sinnlich dargestellt haben.“

---

<sup>4</sup>Genauerer auf Seite 199 ff. von Sterners Geschichte der Rechenkunst.