

Sachrechnen

CHRISTIAN SIEBENEICHER

Vor Zeiten gab es sieben arme Familien in Schilda, und einen reichen Mann. Der hatte nach guten Geschäften achtundzwanzig Euros übrig und überwies das Geld für die armen Familien auf das städtische Konto bei der Sparkasse–Schilda.

Der Zahlungseingang löste in Schilda große Freude aus, der Stadtrat tagte, und sogleich setzte er eine Kommission ein mit dem Auftrag, für die gerechte Verteilung des Geldes zu sorgen. Den Vorsitz der Kommission hatte natürlich der Bürgermeister. Gleich zu Beginn der Sitzung sagte dieser aber:

— In Mathe war ich immer schlecht! Deshalb schlage ich vor, daß der Kämmerer das Problem des Teilens übernimmt.

Alle waren damit einverstanden, denn schließlich hatte der Kämmerer ja seit vielen Jahren mit den Methoden der kreativen Bilanzrechnung für einen ausgeglichenen Haushalt in Schilda gesorgt. Sofort machte sich dieser an die Arbeit:

— Wenn geteilt werden soll, sagte er zupackend, dann geschieht das mit Hilfe der schriftlichen Division. Bekanntlich wird diese folgendermaßen ausgeführt: Achtundzwanzig durch sieben ist drei, und auf einem Zettel notierte er:

$$28 : 7 = 3$$

— Schon fertig? wunderte sich der Bürgermeister.

— Nein, antwortete der Kämmerer, so schnell geht das nicht. Denn aufgrund der vertrauten Regeln für die schriftliche Division muß ich zunächst noch dreimal sieben von der Achtundzwanzig subtrahieren.

— Daran habe ich gar nicht gedacht, entschuldigte sich der Bürgermeister.

— Macht nichts, erwiderte der Kämmerer, und weil dreimal sieben einundzwanzig ist und achtundzwanzig minus einundzwanzig sieben, geht die Division dann folgendermaßen weiter:

$$\begin{array}{r} 28 : 7 = 3 \\ \underline{21} \\ 7 \end{array}$$

— Aber jetzt bist du doch endlich fertig?! fragte der Bürgermeister ungeduldig.

— Nein, entgegnete ihm der Kämmerer nachsichtig, noch immer nicht. Denn nach dem Subtrahieren von einundzwanzig ist ja noch eine Sieben übrig geblieben. Diese Sieben muß jetzt natürlich auch noch durch sieben dividiert werden.

— Dividieren? War das nicht dasselbe wie Teilen? fragte der Bürgermeister.

— Ja, sagte der Kämmerer.

— Wenn das so ist, fuhr der Bürgermeister nun selbstbewusster fort, dann ist doch sieben dividiert durch sieben nichts anderes als sieben geteilt durch sieben, und das ist nach Adam Riese eins, oder?!

— Richtig, sagte der Kämmerer, und mit dem Ergebnis deiner kleinen Überlegung ist es mir nun möglich, die Division auf der Basis der ehernen Prinzipien flexibler Buchführung dadurch zuende zu bringen, daß ich Adam Rieses Eins vor der Drei einfüge!!

$$28 : 7 = 13$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \hline 7 \end{array}$$

— Schön, daß du meinen kleinen mathematischen Beitrag für deine Rechnung gebrauchen konntest, sagte der Bürgermeister geschmeichelt. Kannst du mir nun bitte auch noch die Bedeutung deiner Rechnung erklären ?!

— Klar, erwiderte der Kämmerer: Jede arme Familie kriegt dreizehn Euros !

— Verstehe ! sagte der Bürgermeister, und wie steht es mit der Probe ??

— Dreizehn mal sieben, sagte der Kämmerer, schrieb's auf seinen Zettel, und machte einen Strich darunter.

$$\underline{13 \times 7}$$

— Und warum machst du das so ? fragte der Bürgermeister.

— Ganz einfach: Weil die Multiplikation das Entgegengesetzte der Division ist.

— Ach so ! sagte der Bürgermeister, und der Kämmerer machte weiter:

— Dreimal sieben ist einundzwanzig,

$$\begin{array}{r} 13 \times 7 \\ \hline 21 \end{array}$$

und einmal sieben ist sieben, und aufgrund der Regeln für die schriftliche Multiplikation wird die Sieben eins tiefer notiert, unter der Einundzwanzig:

$$\begin{array}{r} 13 \times 7 \\ \hline 21 \\ 7 \end{array}$$

— Und jetzt? fragte der Bürgermeister.

— Jetzt mache ich unter der Sieben einen Strich, bilde die Summe und schreibe diese wie gewohnt unter den Strich.

— Nimm mal deine Hand weg, sagte der Bürgermeister, ich kann ja gar nichts sehen !

$$\begin{array}{r} 13 \times 7 \\ \hline 21 \\ \hline 7 \\ \hline 28 \end{array}$$

— Gut, sagte er dann zufrieden, bei der Probe ist wirklich achtundzwanzig rausgekommen. Und genauso viele Euros sollten ja auch verteilt werden!

— Richtig, sagte der Kämmerer, und daher hast du jetzt den mathematischen Beweis dafür, daß jede arme Familie ganz genau dreizehn Euros bekommen muß.

— Aber !! fuhr der Bürgermeister fort: Wir haben ja alle schon gehört, daß es seit deiner und meiner Schulzeit grundlegende Fortschritte in der Mathematik gegeben hat, und insbesondere auch beim Rechnen. Daher möchte ich jetzt einmal sehen, wie mein Sohn Paul die Probe macht.

Paul, der Älteste des Bürgermeisters und Schüler der vierten Klasse, war mit den modernen Methoden des Rechnens bestens vertraut.

— Beim Rechnen, legte er gleich los, sind die Rechenstrategien besonders wichtig, und diese ergeben sich natürlich aus den Rechengesetzen.

— Strategien ? Gesetze ?? Wie beim Militär ? Oder im Justizvollzug ?! wunderte sich der Bürgermeister.

— Nix da ! Schulmathe !! Kennst du etwa das Kommutativgesetz nicht ?!

— Das Was–Gesetz ?! fragte der Bürgermeister erschrocken. So was habe ich ja noch nie gehört !!

— Ja, das Kommutativgesetz !! bestätigte Paul. Weil es gilt, ist das Produkt von dreizehn und sieben dasselbe ist wie das Produkt von sieben und dreizehn.

— Aha ! sagte der Bürgermeister.

— Und weil dreizehn mal sieben gleich sieben mal dreizehn ist, erklärte Paul weiter, kann ich für die Probe auch sieben mal dreizehn ausrechnen anstelle von dreizehn mal sieben. Auf diese Weise wird das Kommutativgesetz einmal nicht nur benannt, sondern beim Sachrechnen auch ausgenutzt und angewandt !

$$\underline{7 \times 13}$$

— Ach so, sagte der Bürgermeister, du hast die Zahlen einfach umgedreht.

— Ja, sagte Paul, und genau das ist das Kommutativgesetz. Dann rechnete er laut weiter:

— Einmal sieben ist sieben, dreimal sieben ist einundzwanzig, und schon beim Schreiben zählte er gleich auch alles zusammen und schrieb das Ergebnis unter den Strich:

$$\begin{array}{r} 7 \times 13 \\ \hline 7 \\ 21 \\ \hline 28 \end{array}$$

— Wieder achtundzwanzig ! stellte der Bürgermeister fest.

— Und damit hast du einen zweiten mathematischen Beweis dafür, erläuterte der Kämmerer, daß jede arme Familie genau dreizehn Euros bekommen muß.

Der Bürgermeister aber ließ nicht locker:

— Beim Elternabend habe ich neulich von der Lehrerin gehört, daß die Kinder heute mit den Mengenbildern schon von Anfang an zu den wahren wissenschaftlichen Grundlagen der Mathematik vordringen ! Weil mein Sohn Fritz inzwischen in die zweite Klasse geht, soll der nun auch einmal die Probe machen.

— Die Multiplikation hatten wir noch nicht, sagte Fritz, aber dafür die Addition !

— Die geht hier auch ? fragte der Bürgermeister überrascht.

— Na klar, sagte Fritz. Die Dreizehn sieben mal genommen ist doch dasselbe, wie die Dreizehn sieben mal zu addieren !! Also muß ich die Dreizehn sieben mal untereinschreiben, unter die letzte Dreizehn den Strich machen, und dann alle Dreizehnen addieren.

$$\begin{array}{r} 13 \\ 13 \\ 13 \\ 13 \\ 13 \\ 13 \\ 13 \\ \hline 13 \end{array}$$

— Da bin ich aber gespannt, sagte der Bürgermeister.
 — Die Addition erfolgt von rechts nach links! sagte Fritz und fuhr mit der Bleistiftspitze von unten nach oben, entlang an der Reihe der Dreien. Dabei brabbelte er:
 — Drei plus drei ist gleich sechs, plus drei ist gleich neun, plus drei ist gleich zwölf, plus drei ist gleich fünfzehn, plus drei ist gleich achtzehn plus drei ist gleich einundzwanzig !!
 Und nachdem es grade rauf gegangen ist, fuhr er fort, muß es jetzt logischerweise wieder runter gehen, also, plus eins ist gleich zweiundzwanzig, plus eins ist gleich dreiundzwanzig, plus eins ist gleich vierundzwanzig, plus eins ist gleich fünfundzwanzig, plus eins ist gleich sechsundzwanzig, plus eins ist gleich siebenundzwanzig, und schließlich plus eins ist gleich achtundzwanzig:

$$\begin{array}{r}
 13 \\
 13 \\
 13 \\
 13 \\
 13 \\
 13 \\
 13 \\
 \hline
 28
 \end{array}$$

— Einfach fantastisch, wie geläufig und schnell du die Addition ausgeführt hast! Der Bürgermeister war tief beeindruckt und der Kämmerer betonte:
 — Ich hoffe, daß du gemerkt hast, daß Fritz mit seiner Rechnung gerade einen dritten mathematischen Beweis dafür geliefert hat, daß jede arme Familie dreizehn Euros bekommen muß.

Da meldete sich plötzlich das kleine Hannchen zu Wort, die Jüngste des Bürgermeisters:

— Laßt mich auch mal!
 — Wieso du? wunderte sich der Bürgermeister, du bist doch noch im Kindergarten!
 — Trotzdem habe ich aber schon einmal bis siebenunddreißig gezählt!! Gib mir aus deiner Kasse mal so viele Euros, wie du an die armen Familien verteilen willst!
 — Einen Augenblick, sagte der Bürgermeister überrascht, holte die Stadt-Kasse und zählte nacheinander achtundzwanzig Euro-Stücke auf den Tisch:



— Schön, sagte Hannchen, wie sie da so ordentlich nebeneinander liegen! Sie klatschte vor Freude in die Hände, und fuhr fort:
 — Jetzt nehme ich von der langen Schlange für jede arme Familie einen Euro weg, und der kommt hier zur Seite,



und weil es sieben arme Familien sind, liegen hier nun sieben Euros nebeneinander.

— Unglaublich! begeisterte sich die Kindergärtnerin. Die Kleine beherrscht ja schon die kardinale Zahlinvarianz !!

— Die kardinale Zahlinvarianz ?? fragte der Bürgermeister befremdet.

— Ja, genau die! bestätigte die Kindergärtnerin. Im Zuge der Bildungsoffensive habe ich bei einer Fortbildung zum Thema ‘Mathematisches Denken im Vorschulalter’ gerade von der zentralen Bedeutung des Kardinalzahlaspektes der Zahlen und der kardinalen Zahlinvarianz beim Mathematiklernen der Kinder gehört !

— Ich zähle am liebsten! sagte Hannchen. Und jedes Mal, wenn ich bei Sieben angekommen bin, dann geht es wieder von vorne los — wie bei Montag, Dienstag, Mittwoch, Donnerstag, Freitag, Samstag, Sonntag:

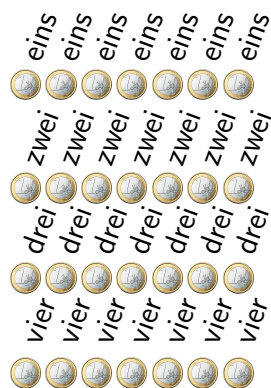


— Fertig! sagte sie und der Bürgermeister wunderte sich sehr:

— Nie hätte ich gedacht, daß jede arme Familie auch beim letzten Mal noch etwas abkriegt !!

— Ja, und gerade weil es noch einmal für alle gereicht hat, sagte Hannchen mit pfiffigem Lächeln, kann ich die Euros jetzt noch einmal zählen!

Und zwar von oben nach unten !!!



Und nachdem sie mit dem Zeigefinger beim letzten Euro angekommen war und beim Zählen zum letzten Mal bei der Vier, war sie sich ihrer Sache ganz sicher:

Jede arme Familie kriegt vier Euros !