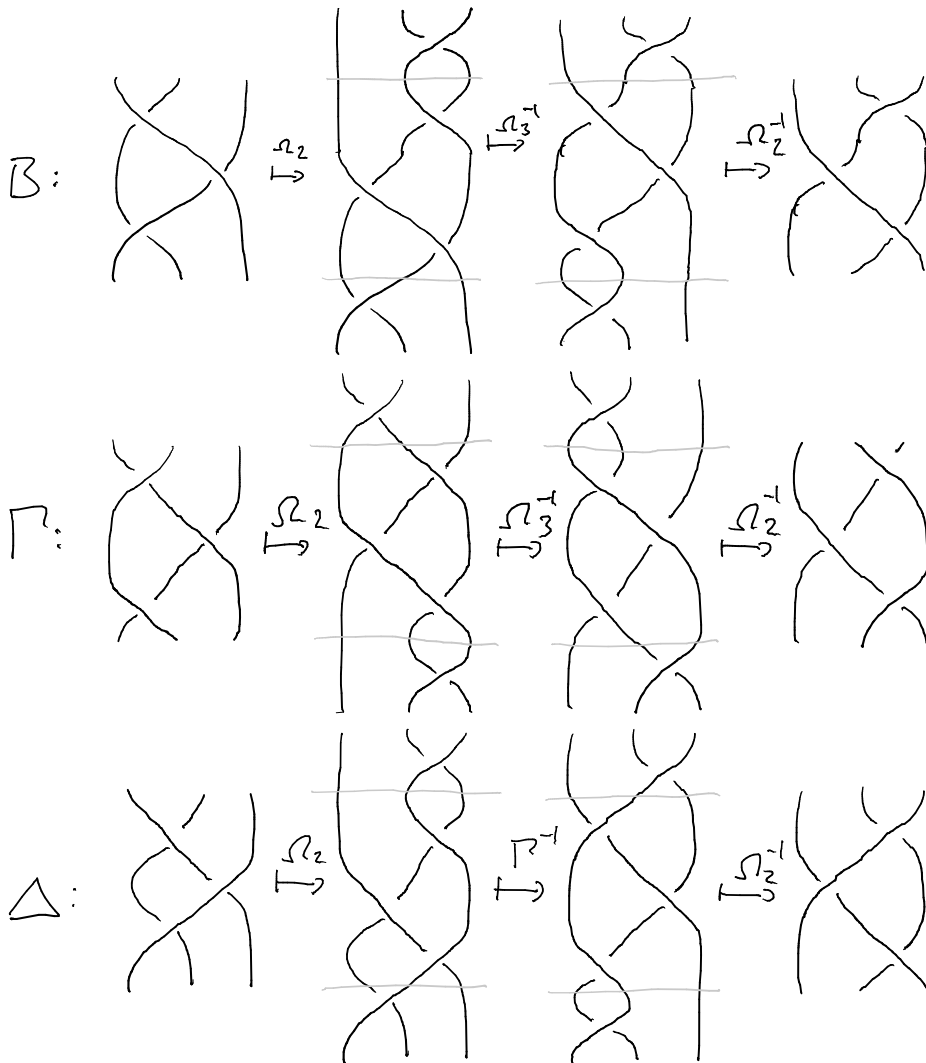
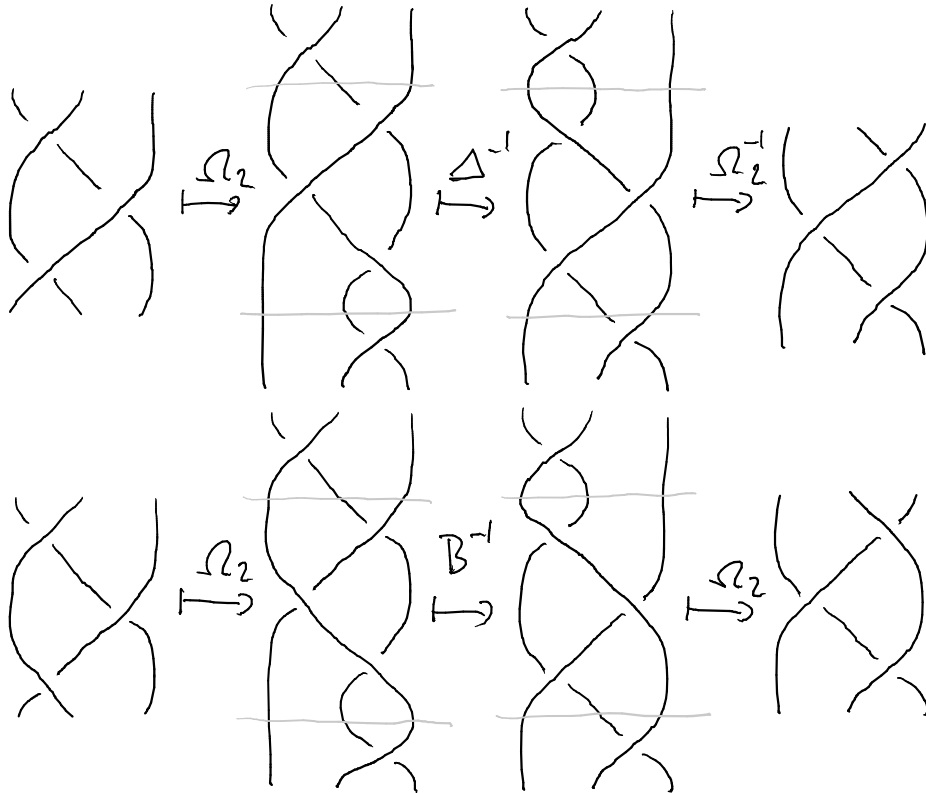


Lösung des 2. Übungsblatts zur Vorlesung Zopfgruppen

Aufgabe 2.1 (Reidemeister-Bewegungen)

Wir geben Folgen von Reidemeister-Bewegungen für die ersten beiden Paare an. Die dadurch entstehenden Transformation B und Γ können wir im Folgenden frei verwenden, da schon gezeigt ist, dass sie R -Äquivalenz erhalten. Auch die dritte Transformation Δ wird verwendet.





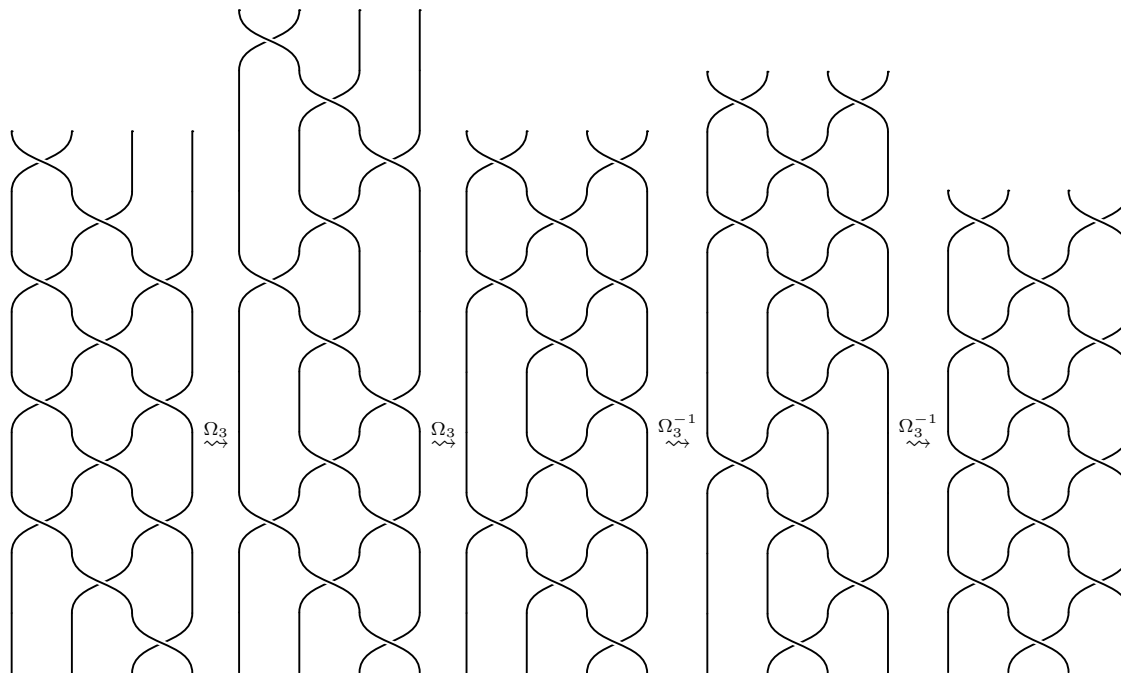
Aufgabe 2.2 (Ein unendlicher Quotient)

Nach Korollar 14 müssen wir für die Wohldefiniertheit nur überprüfen, dass $\kappa_+(D) - \kappa_-(D)$ unter R -Äquivalenz invariant ist. Dass der Ausdruck invariant unter Isotopien ist, ist klar nach Definition. Außerdem verifiziert man leicht, dass die Reidemeister-Bewegungen ihn invariant lassen.

Dass sich die Abbildung unter Komposition korrekt verhält ist klar. Invertieren eines Elements verwandelt Kreuzungen \times in Kreuzungen \times und umgekehrt. Deshalb ist die Abbildung ein Gruppenhomomorphismus.

Aufgabe 2.3 (Entscheiden von Gleichheit)

- a) D_1 und D_2 repräsentieren denselben Zopf. Das lässt sich mit einer Folge von Reidemeister-Bewegungen nachweisen:



- b) D_3 und D_4 repräsentieren nicht denselben Zopf, da ihre Bilder unter dem Homomorphismus aus Aufgabe 1.3 verschiedene Permutationen sind ($(2\ 1\ 4)$ respektive $(1\ 4\ 3)$).
- c) D_2 und D_5 repräsentieren nicht denselben Zopf, da sie von dem Homomorphismus aus Aufgabe Aufgabe 2.2 auf verschiedene Zahlen abgebildet werden (-12 respektive 0).