

Riemannsche Geometrie

0. Übungsblatt

Übung 0.1 (Parametrisierung durch Bogenlänge)

Wir betrachten die beiden Kurven $\alpha, \beta: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ gegeben durch

$$\alpha(t) = (t^3, t^2) \quad \text{und} \quad \beta(t) = (t^3, 0).$$

Für beide ist 0 ein singulärer Punkt. Zeigen Sie, dass β parametrisiert durch Bogenlänge ab 0 trotzdem eine reguläre Kurve ist, α parametrisiert durch Bogenlänge ab 0 dagegen nicht glatt (und damit keine Kurve).

Hinweis: Sei $\bar{\alpha}$ die Kurve α durch Bogenlänge ab 0 parametrisiert. Vergleichen Sie (ohne explizite Berechnung von $\bar{\alpha}$) $\lim_{s \nearrow 0} \bar{\alpha}'(s)$ und $\lim_{s \searrow 0} \bar{\alpha}'(s)$.

Abgabe bis 21.4.2017.