Wie bearbeitet man einen Übungszettel?

Tipps:

- Mathematik lernt man nur durch Selbermachen: Übungsaufgaben müssen selbst bearbeitet werden. Das Nachvollziehen einer Lösung reicht nicht aus.
- Der Weg ist das Ziel: Das eigenständige Auseinandersetzen mit der Aufgabe und Lösungsansätze zu entwickeln sind die beiden Hauptziele.
- Nutzen Sie die Woche Bearbeitungszeit aus: Lösungen zu entwickeln braucht Zeit. Zeit zum Nachdenken ist wichtig.
- Verstehen Sie die Aufgabenstellung: Schlagen Sie Begriffe nach, die Sie nicht verstehen. Fassen Sie die Aspekte der Aufgabenstellung in eigenen Worten zusammen und versuchen diese zu lösen.
- Machen Sie Beispiele: Veranschaulichen Sie sich zu beweisende Aussagen oder Sätze durch Beispiele.
- Nutzen Sie das Skript: Das Skript enthält wichtige Hinweise, die beim Verstehen und Lösen der Aufgabe hilfreich sein können. Wiederholen Sie die Sätze und Aufgaben aus der Vorlesung zu der entsprechenden Thematik.
- Geben Sie niemals die erste Version Ihrer Lösung ab: Sie sollten nicht versuchen, sofort eine abgabefertige Lösung auf das Papier zu bringen, sondern nutzen Sie zunächst ein Schmierblatt.
- Überprüfen Sie Ihre Lösungsansätze auf ihre Richtigkeit: Auch falsifizierte Lösungsansätze tragen zum Lerneffekt und der Lösung der Aufgabe bei.
- Reden Sie mit Ihren Kommilitonen: Tauschen Sie sich über Ihre Verständnisschwierigkeiten und Ihre Lösungsansätze aus und verifizieren oder falsifizieren sie.
- Schreiben Sie keine Lösungen ab: Es ist unabdingbar zu lernen, wie man eine Aufgabe löst. Das lernt man nicht durch Abschreiben.
- Erklären Sie Ihre Lösungen Ihren Kommilitonen: Nachdem die Diskussionen über die Lösungsansätze abgeschlossen wurden und eine Lösung gefunden würde, erklären Sie sie sich gegenseitig. So finden Sie eventuelle Lücken in Ihrer Argumentation.
- Bringen Sie Ihre Notizen so kurz wie möglich in mathematischer Schreibweise auf Papier: Nutzen Sie Ihre Notizen auf dem Schmierpapier, ordnen Sie Ihre Aussagen und schreiben Sie sie knapp und mathematisch korrekt auf. Lassen Sie dabei aber keine für das Verständnis relevante Zeilen aus.

- Nutzen Sie sowohl die mathematische als auch die Umgangssprache: Nutzen Sie, wann immer es geht, die mathematische Sprache, aber auch umgangssprachliche Argumente tragen zur Lösung der Aufgabe bei.
- Geben Sie Ihre Lösungen lesbar und nicht mit Bleistift geschrieben ab.

To-Do-Liste:

1. Genaues Lesen der Aufgabe, Verstehen der Teilaspekte, Verstehen der Begriffe, Lesen der entsprechenden Teile des Skripts.
2. Gedanken und Lösungsansätze auf einem Schmierblatt fixieren.
3. Verifizieren oder falsifizieren der Lösungsansätze und Austausch darüber mit Ihren Kommilitonen.
4. Vervollständigen und ordnen des verifizierten Lösungsansatzes.
5. Aufschreiben der geordneten Lösung.

Mögliche Schreibweisen

Dies sind nur Vorschläge, wie ihr eure Konstruktionsbeschreibung gestalten könnt. Herr Witzel nutzt beispielsweise eine andere Kreisschreibweise als ich. Ihr könnt euch aussuchen, welche ihr nutzen wollt.

- Keine Beschreibungen wie „zeichne", „konstruiere" etc. nötig
- Punkte und Kreise: Großbuchstaben
- Geraden, Strahlen und Strecken: klein geschriebene Buchstaben
- Strecken tragen einen Strich über der Angabe der Endpunkte
- Vektoren und Strahlen tragen einen Pfeil in der Richtung, in der sie verlaufen, über der Angabe der Endpunkte. Beispiel: $\overrightarrow{PQ}$
- Abstände: mit "|". Beispiel: $|AB|$ ist der Abstand der Punkte A und B
- Kreisangabe: Name des Kreises = K (Mittelpunkt des Kreises, Name des Radius' des Kreises), Name des Radius' = Angabe einer reellen Zahl. Beispiel: $K_1 = K(A, r_1), r_1 = |AB|$
- Schnittpunktangabe bei einem Punkt: Kreis ∩ Kreis = Punkt. Beispiel: $K_1 \cap K_2 = \{A, \dots\}$
- Schnittpunktangabe bei zwei Punkten: Gerade ∩ Kreis = {Punkt, Punkt}. Beispiel: $a \cap K_2 = \{A, B\}$
- Konstruktionsbeschreibung gliedern: Wenn die Konstruktionen komplexer werden und ihr bestimmte Konstruktionen macht, benennt diese und führt darunter die einzelnen Konstruktionsschritte auf bis zum nächsten Schritt der Konstruktion, den ihr dann wieder benennt. Beispiel:
    1) Mittelsenkrechte m_a:
        - $K_1 = K(A, r_1), r_1 = |AC|$, wobei $|AC| > \frac{1}{2}|AB|, \overline{AB} =: a$
        - $K_2 = K(B, r_1), K_1 \cap K_2 = \{D, E\}$
    2) Lot durch den Punkt A auf der Geraden a:
        - $K_1 = K(A, r_1), r_1$ ist beliebig, $K_1 \cap a = \{B, C\}$
        - $K_2 = K(B, r_2), r_2$ ist beliebig, aber $r_2 > r_1$
        - $K_3 = K(C, r_2), K_2 \cap K_3 = \{D, E\}$
- Bedingungen: Hinter die Konstruktion, bei der ihr eine Bedingung anfügen wollt, ein „wobei" oder „aber" schreiben und die Bedingung nennen.

Beispiel: $K_1 = K(A, r_1), r_1 = |AC|$, wobei $|AC| > \frac{1}{2}|AB|$ oder $K_2 = K(B, r_2), r_2$ beliebig, aber $r_2 > r_1$

- Orthogonalität: Gerade ⊥ Gerade. Beispiel: $a \perp b$
- Parallelität: Gerade ∥ Gerade. Beispiel: $a \parallel b$
- Resultat der Konstruktion: Handlung, Resultat im gleichen Konstruktionsschritt. Beispiel: $K_2 = K(B, r_1), K_1 \cap K_2 = \{D, E\}$
- Ein Punkt liegt auf einer Geraden: Punkt ∈ Gerade. Beispiel: $A \in a$

Wie begründe ich?

1) Was habe ich da konstruiert?
   - Soll keine zweite Konstruktionsbeschreibung sein!
   - Benennen bestimmter geometrischer Figuren (gleichschenkliges Dreieck, Parallelogramm etc.) oder Gleichheiten (von Längen oder Winkeln beispielsweise)
   - Angabe der Verwendung bestimmter Sätze aus der Vorlesung (Satz von Hjemslev, Satz des Thales etc.)
2) Habe ich das tatsächlich konstruiert?
   - Verknüpfung der Konstruktionsbeschreibung und dem, was ich in Schritt 1) angegeben habe (zum Beispiel bei der Konstruktion eines 180°-Winkels: durch die beiden Senkrechten ergibt sich $90° + 90° = 180°$)
   - Manchmal in Form eines Beweises
3) Wieso habe ich das so konstruiert? Wieso gilt das?
   - Verknüpfung von Sätzen aus der Vorlesung/anderweitigen Beweisen (die ihr dann selbst führen müsstet) und dem, was ich in Schritt 1) angegeben habe
   - Ihr könnt auch auf alte Übungsaufgaben verweisen. Alles, was in der Vorlesung oder auf den Zetteln gemacht wurde, muss nicht noch einmal begründet werden. Gebt dazu einfach den Zettel und die Aufgabe an, auf die ihr euch bezieht

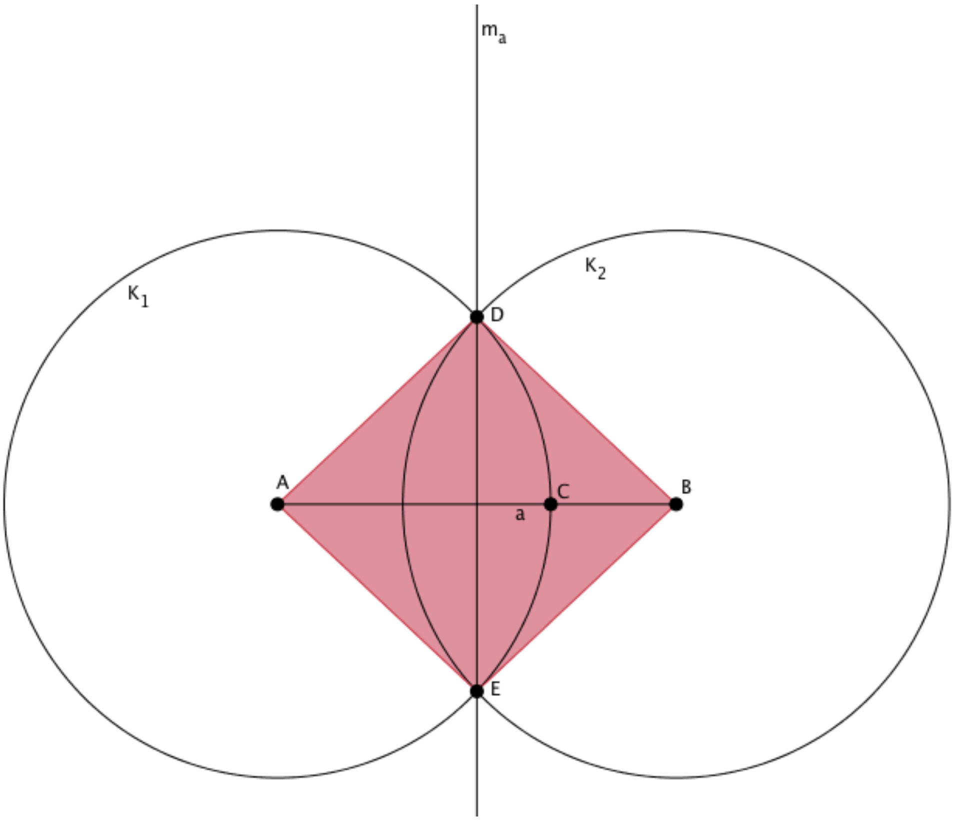
Ausgedachtes Beispiel (stellt euch ein Viereck mit den Seiten a, b, c und d vor): Konstruktion eines Parallelogramms, da nach Schritt 3) und 4) $a||c$ und $b||d$ gilt (es folgt quasi aus der Konstruktion selbst, da sie eben so konstruiert wurden, dass $a||c$ und $b||d$ gilt). Nach Satz 4.3 im Skript handelt es sich um ein Parallelogramm, wenn die gegenüberliegenden Seiten in einem Viereck parallel sind.

Hinweis: Die Reihenfolge kann selbstverständlich abweichen und es müssen auch manchmal nicht alle Schritte durchlaufen werden. Es kommt immer auf die Aufgabe an.

Grundkonstruktionen

Die Begründung greifen auf Inhalte vor, die noch kommen werden. Sie sollen nur verdeutlichen, „wo die Reise hingehen soll“.

1. Konstruieren Sie die **Mittelsenkrechte** der Strecke $\overline{AB}$.



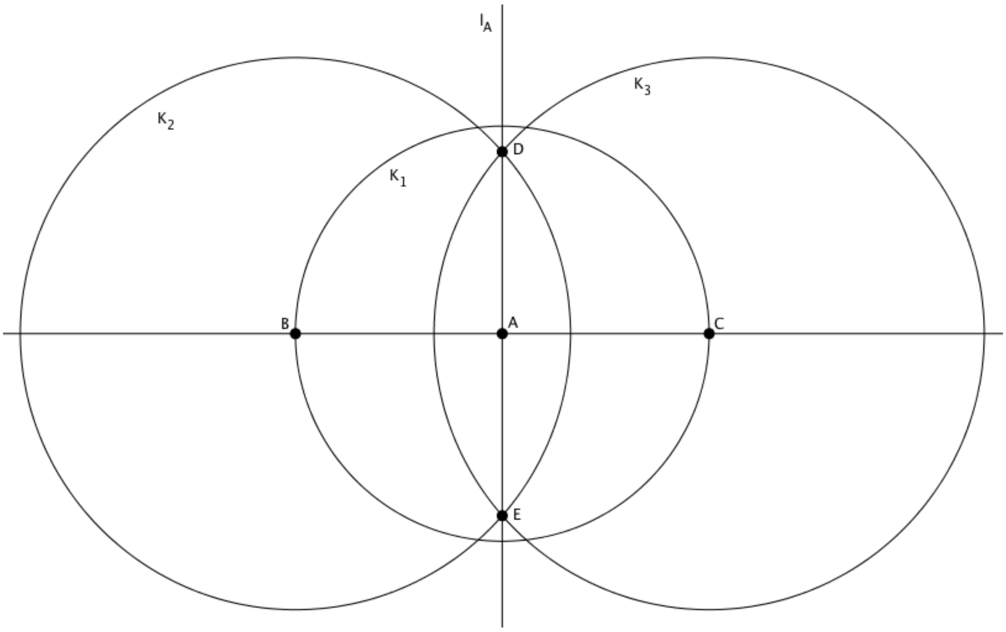
Konstruktionsbeschreibung:

1) $K_1 = K(A, r_1), r_1 = |AC|$, wobei $C \in \overline{AB}$ und $|AC| > \frac{1}{2}|AB|$, $\overline{AB} =: a$
2) $K_2 = K(B, r_1), K_1 \cap K_2 = \{D, E\}$

$DE =: m_a$ ist die gesuchte Mittelsenkrechte.

Begründung: Da K_1 und K_2 mit dem gleichen Radius gezogen wurden, entspricht der Abstand $|AD|$ und $|BD|$ der Länge $|AC|$. Somit sind die Abstände gleich lang. Damit handelt es sich bei dem Viereck $AEBD$ um eine Raute. Daher wissen wir, dass die Diagonalen AB und DE senkrecht aufeinander stehen und sich halbieren. Damit erfüllt m_a die geforderten Bedingungen und ist unsere gesuchte Mittelsenkrechte.

2. Fällen Sie das **Lot** durch den Punkt A auf die Gerade a.



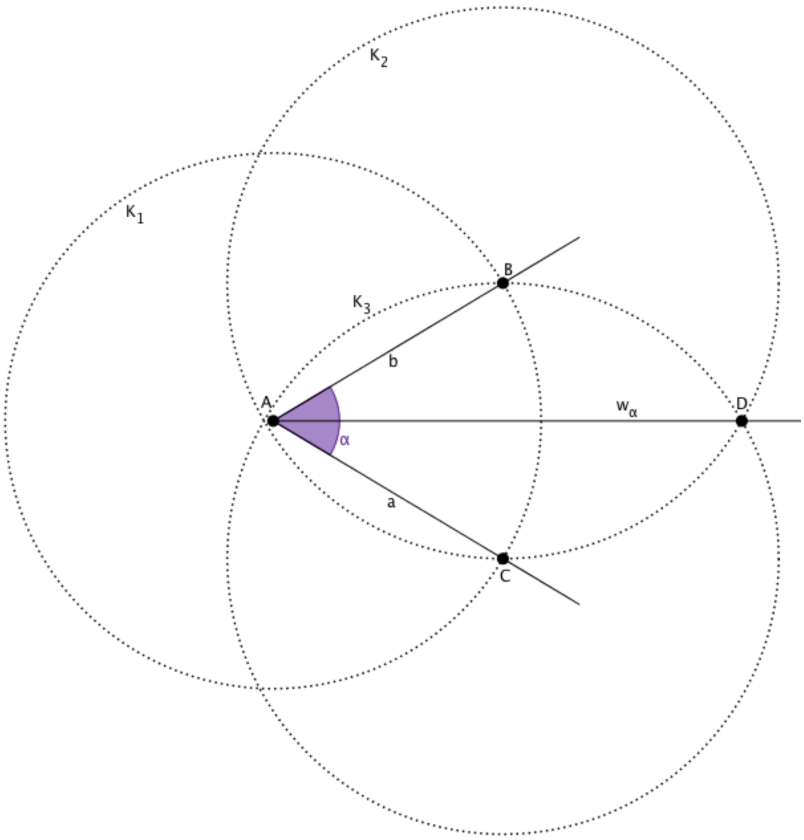
Konstruktionsbeschreibung:

1) $K_1 = K(A, r_1), r_1$ ist beliebig, $K_1 \cap a = \{B, C\}$
2) Mittelsenkrechte l_A zur Strecke $\overline{BC}$:
   - $K_2(B, r_2), r_2$ ist beliebig, aber $r_2 > r_1$
   - $K_3 = K(C, r_2), K_2 \cap K_3 = \{D, E\}$

$DE = l_A$ ist das gesuchte Lot.

Begründung: Durch K_1 erhalten wir die Punkte B und C auf a, die beide gleichweit von A entfernt sind, und zwar im Abstand $|AB| = r_1 = |AC|$. Mit der Mittelsenkrechten zur Strecke $\overline{BC}$ erhalten wir eine Gerade, die senkrecht zu a ist und durch den Punkt A verläuft. Somit sind die gewünschten Bedingungen erfüllt.

3. Zeichnen Sie die **Winkelhalbierende** des Winkels α.



Konstruktionsbeschreibung:

1) $K_1 = K(A, r_1), r_1 = |AB|, B$ ist ein beliebiger Punkt auf b, $K_1 \cap a = C$
2) Mittelsenkrechte w_α zur Strecke $\overline{BC}$:
   - $K_2 = K(B, r_2), r_2$ ist beliebig, aber $r_2 > \frac{1}{2}|BC|$
   - $K_3 = K(C, r_2), K_2 \cap K_3 = \{D, \ldots\}$

$AD =: w_\alpha$ ist die Winkelhalbierende des Winkels α.

Begründung: In Schritt 2) konstruieren wir die Mittelsenkrechte w_α zur Strecke $\overline{BC}$. B und C sind gleichweit von A entfernt, nämlich im Abstand $|AB| = r_1 = |AC|$. Dadurch hat w_α in jedem Punkt den gleichen Abstand zu a und b.

Das Viereck $ACDB$ ist auf Grund von Schritt 2) ein Drachenviereck das wieder die Eigenschaft aufweist, dass die Diagonalen AD und CD senkrecht aufeinander stehen und BC von AD halbiert wird. Daher hat jeder Punkt auf AD den gleichen Abstand zu a und b. Damit stellt AD die gesuchte Winkelhalbierende dar.