# Konstruktionen mit DIN-Schnitt

Wir können $\sqrt{2}$ konstruieren.

$\Rightarrow$ Wir können ein Dreieck konstruieren,
das sich in zwei Dreiecke zerlegen lässt,
die zum ursprünglichen ähnlich sind.

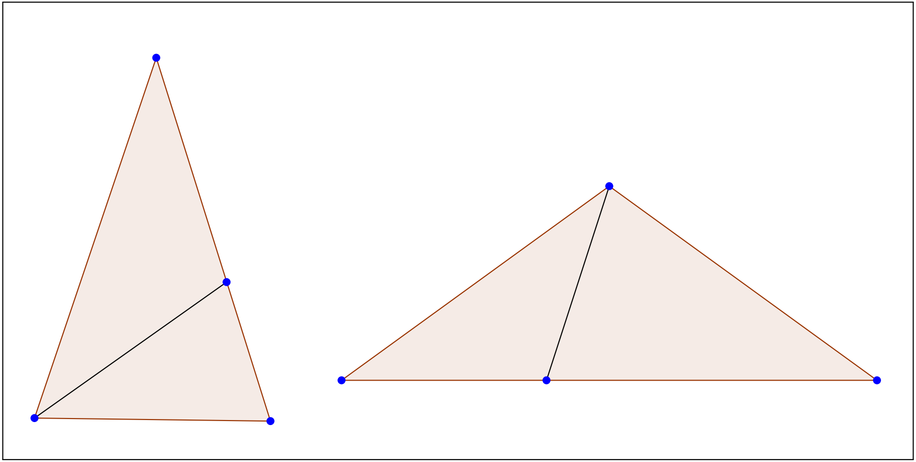
Ein solches Dreieck hat einen 45°-Winkel.

$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow$ Wir können einen 45°-Winkel konstruieren.

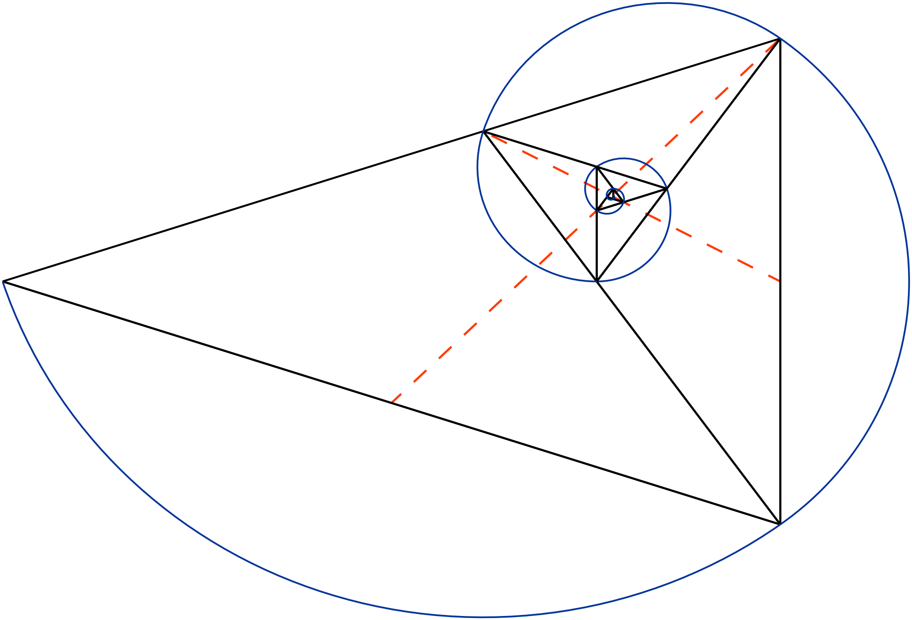
# Goldene Dreiecke zerlegen

Empirisch gilt etwas ähnliches für goldene Dreiecke:

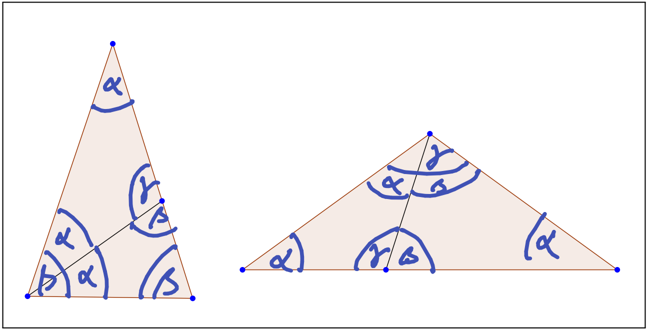


*Satz (Euklid).* Jedes goldene Dreieck lässt sich zerlegen in ein spitzwinkliges und ein stumpfwinkliges goldenes Dreieck.

# Logarithmische Spirale



# Konsequenzen der Zerlegung




Es ist

$$\alpha + 2\beta = 180^\circ \quad 2\alpha + \gamma = 180^\circ \quad \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Die erste plus zweimal die zweite minus zweimal die dritte ergibt

$$5\alpha = 180^\circ.$$

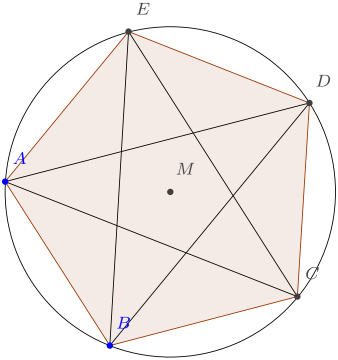
Also

$$\alpha = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ, \quad \beta = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{3}{5} \cdot 180^\circ = 108^\circ.$$

# Goldene Dreiecke und regelmäßige Fünfecke

$$\alpha = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ, \quad \beta = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{3}{5} \cdot 180^\circ = 108^\circ.$$

*Folgerung.* Wenn wir goldene Dreiecke (bzw. den goldenen Schnitt) konstruieren können, können wir auch regelmäßige Fünfecke konstruieren.



# Konstruktion von Quadratwurzeln

*Problem.* Konstruiere $O, I, P$ so dass $|OP|/|OI| = \sqrt{2}$.

Konstruktion. Konstruiere ein Quadrat $OIPS$. $\Diamond$

Beweis. Sei $M$ der Mittelpunkt von $\overline{OP}$. Nach dem Kathetensatz ist $|OI|^2 = |OP| \cdot |OM|$. Aber $|OM| = 1/2|OP|$, also ist $|OP|^2/|OI|^2 = 2$. $\square$

Diese Konstruktion verallgemeinert sich auf die Konstruktion von $\sqrt{d}$ für beliebiges $d$ (Übung).

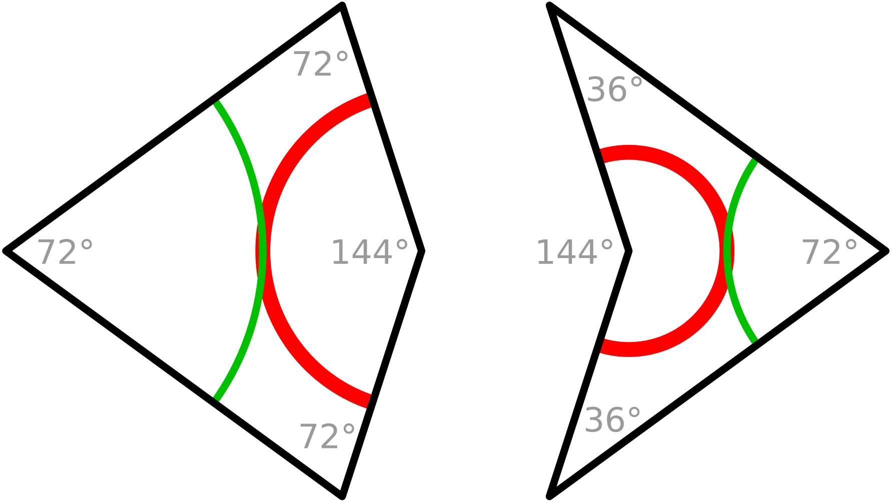
Die Gleichung

$$x^2 + px + q = 0$$

hat Lösungen $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$.

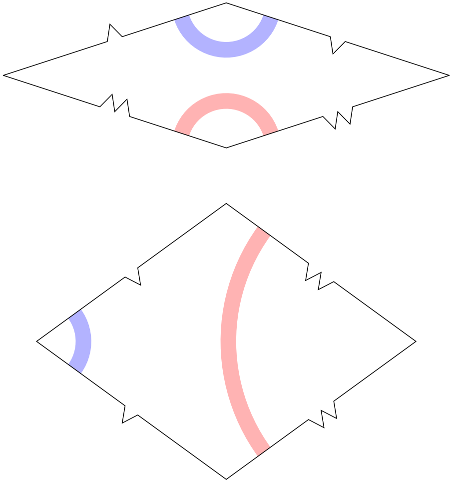
*Folgerung.* Wenn $p^2/4 - q > 0$ können wir die Lösungen $x_{1,2}$ konstruieren.

# Penrose-Teile



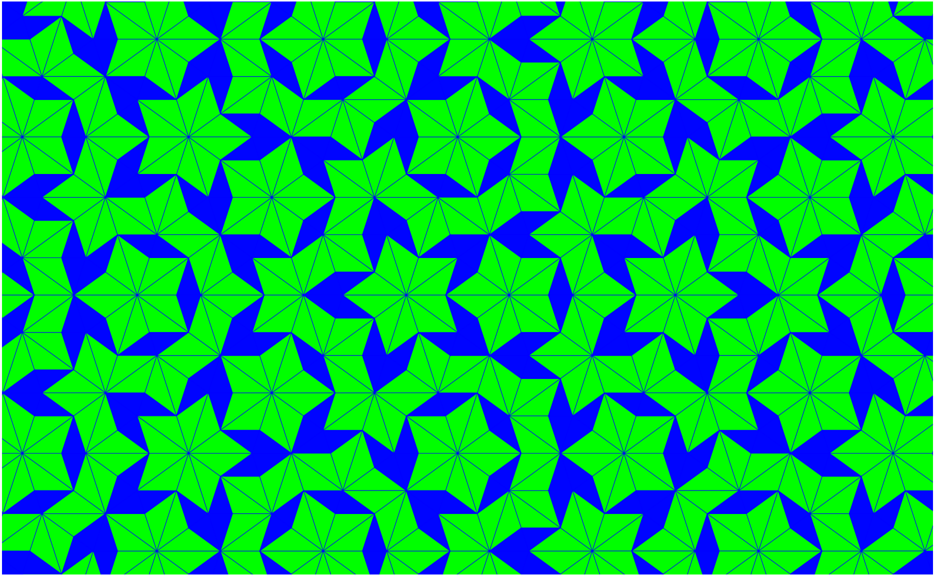

https://en.wikipedia.org/wiki/User_talk:Geometry_guy

# Penrose-Teile



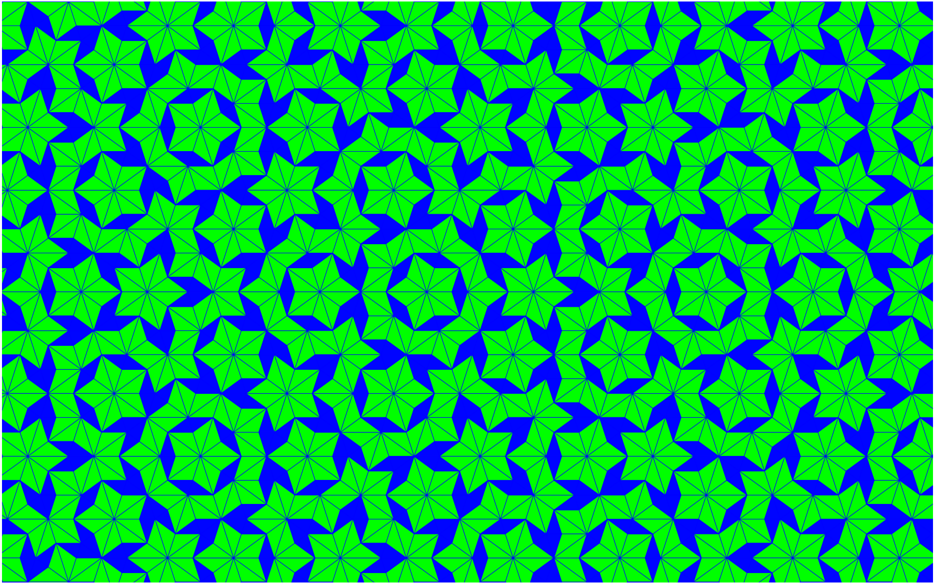
https://en.wikipedia.org/wiki/User_talk:Geometry_guy

# Penrose-Parkettierung



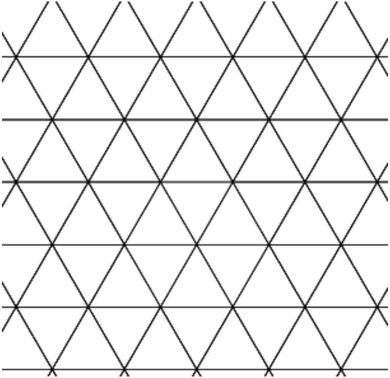
http://penrose.dynkarken.com

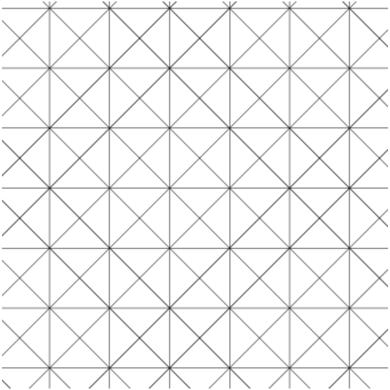
# Penrose-Parkettierung



http://penrose.dynkarken.com

# Kristalle





# Quasi-Kristalle