Blatt 3

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto 2x - 1\,.$$

a) Zeichnen Sie den Graph von f.
b) Ist f (streng) monoton wachsend/fallend?
c) Ist f gerade/ungerade?
d) Ist f periodisch?
e) Ist f nach oben/unten beschränkt?

Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

Aufgabe 2

Gegeben ist die Funktion

$$f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{1}{x}\,.$$

Dabei bezeichnet $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ die Menge der positiven reellen Zahlen.

a) Zeichnen Sie den Graph von f.
b) Ist f (streng) monoton wachsend/fallend?
c) Ist f nach oben/unten beschränkt? Geben Sie ggf. das Supremum/Infimum von f an.
d) Gibt es ein Maximum/Minimum für f?

Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

Aufgabe 3

Ist $z \in \mathbb{R}$ eine reelle Zahl, so bezeichnen wir mit $r(z)$ die Rundung der Zahl z auf zwei Nachkommastellen.
Beispiele: $r(1,323) = 1,32 = r(1,325)$, $r(1,3365) = 1,34$, $r(\pi) = 3,14$.
Wir benutzen auch den Absolutbetrag $|z|$ von z:

$$|z| = \begin{cases} z, & \text{falls } z \geq 0 \\ -z, & \text{falls } z < 0 \end{cases}$$

Betrachten Sie die Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto |r(x) - x|\,.$$

Beispiele: $f(1,323) = 0,003$, $f(1,3365) = 0,0035$.

a) Zeichnen Sie den Graph von f.
b) Begründen Sie, warum 0 eine untere Schranke von f ist.

c) Begründen Sie, warum $0,005$ eine obere Schranke von f ist.
d) Begründen Sie, warum keine Zahl $z < 0,005$ eine obere Schranke von f sein kann (d.h. $0,005$ ist die kleinste obere Schranke).
e) Entscheiden Sie, ob $0,005$ sogar ein Maximum von f ist. Begründen Sie Ihre Aussage.

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass für jede natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ und jede reelle Zahl $-1 \leq x \in \mathbb{R}$ die Ungleichung

$$(1+x)^n \geq 1 + nx$$

gilt.

Abgabe am 14. November im Briefkasten Ihres Tutors.