

Blatt 5

AUFGABE 1

Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto |x|$$

stetig ist.

Hinweis. An den meisten Stellen folgt Stetigkeit aus der Vorlesung. Nur eine Stelle ist wirklich interessant.

AUFGABE 2

Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \begin{cases} 1, & \text{falls } x \in \mathbb{Q} \\ 0, & \text{falls } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

nicht stetig ist.

Hinweis. Es genügt zu zeigen, dass die Funktion an einem bestimmten Punkt unstetig ist.

AUFGABE 3

Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \begin{cases} \sin(1/x), & \text{falls } x > 0 \\ 0, & \text{falls } x = 0 \end{cases}$$

nicht stetig ist.

Hinweis. Vielleicht liefert Ihnen eine Aufgabe von Blatt 4 eine Idee.

AUFGABE 4

Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \begin{cases} x \cos(1/x), & \text{falls } x > 0 \\ 0, & \text{falls } x = 0 \end{cases}$$

stetig ist.

Hinweis. Stetigkeit an den meisten Stellen folgt sofort aus der Vorlesung.