

Blatt 6

AUFGABE 1

Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen.

- a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^7 \cdot \sin(x)$.
- b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto e^x \cos(x)$.
- c) $f : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{x} e^x \sin(x)$.
- d) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{e^x}$.
- e) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{\cos(x)}{e^x}$.

AUFGABE 2

Seien $I, J \subseteq \mathbb{R}$ Intervalle und seien $f : I \rightarrow J$ und $g : J \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbare Funktionen, sodass die Verknüpfung $g \circ f$ die Identitätsfunktion ist (d.h. für alle $x \in \mathbb{R}$ ist $(g \circ f)(x) = x$). Zudem gelte $g'(y) \neq 0$ für alle $y \in I$.

- a) Zeigen Sie, dass dann $f'(x) = 1/g'(f(x))$ für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt.

Hinweis. Bestimmen Sie zunächst die Ableitung von $g \circ f$.

- b) Bestimmen Sie mit Hilfe von Teil (a) die Ableitung von

$$\ln : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \ln(x).$$

AUFGABE 3

Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \begin{cases} x \cos(1/x), & \text{falls } x > 0 \\ 0, & \text{falls } x = 0 \end{cases}$$

nicht differenzierbar ist.

AUFGABE 4

Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \begin{cases} x^2 \sin(1/x), & \text{falls } x > 0 \\ 0, & \text{falls } x = 0 \end{cases}$$

an der Stelle $x_0 = 0$ differenzierbar ist.