

Blatt 7

AUFGABE 1

Bestimmen Sie die lokalen und globalen Extrema der Funktionen

- a) $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sin(x)$,
- b) $g : (-\pi/2, \pi/2) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \tan(x)$.

Hinweis. Der Tangens ist für alle $x \in (-\pi/2, \pi/2)$ gegeben durch $\tan(x) = \sin(x)/\cos(x)$.

AUFGABE 2

Gegeben ist die Funktion

$$f : (-2, 5) \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto |x^2 - 1|.$$

- a) Begründen Sie, dass die Funktion nicht an jeder Stelle $x_0 \in (-2, 5)$ differenzierbar ist.
- b) Geben Sie Intervalle I_1, I_2 und I_3 an, sodass
 - (i) $I = I_1 \cup I_2 \cup I_3$ gilt und
 - (ii) die Funktionen $f_k : I_k \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x)$ auf ganz I_k differenzierbar sind ($k = 1, 2, 3$).
- c) Finden Sie alle lokalen und globalen Extrema der Funktion f .

AUFGABEN 3 UND 4

Diskutieren Sie die Funktion

$$f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto e^{-x^2+2x-1} - 1.$$

Das heißt:

- a) Finden Sie die Nullstellen von f (also alle $x_0 \in [-2, 2]$ mit $f(x_0) = 0$).
- b) Geben Sie die Bereiche an in denen f monoton steigend bzw. monoton fallend ist.
- c) Finden Sie alle lokalen Extrema.
- d) Beschreiben Sie die Bereiche in denen f konkav bzw. konvex ist.
- e) Geben Sie die Wendepunkte an.
- f) Zeichnen Sie den Graph von f .