

Blatt 9

AUFGABE 1

Berechnen Sie die folgenden Integrale.

- $\int_1^{10} x \cdot \ln(x) \, dx$.
- $\int_0^a e^x(2 - x^2) \, dx$ für alle $a > 0$.
- $\int_0^a \sin(2x) \, dx$ für alle $a > 0$.
- $\int_0^2 x \cos(x^2 + 1) \, dx$.

AUFGABE 2

Bestimmen Sie folgende uneigentliche Integrale.

- $\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2/2} \, dx$.
- $\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} \, dx$, wobei $\alpha \in (0, 1)$.
- $\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} \, dx$, wobei $\alpha \in (1, \infty)$.

Hinweis. Mindestens eines dieser uneigentlichen Integrale ist divergent.

AUFGABE 3

Berechnen Sie das Integral

$$\int_0^{\pi/2} \sin(x) \cos(x) \, dx$$

mit Hilfe partieller Integrationen.

AUFGABE 4

Wir betrachten für jedes $a > 0$ die Funktion

$$f_a : [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{x + a^2}{ax^3}.$$

- Skizzieren Sie den Graph von f_1 .
- Berechnen Sie für jedes $a > 0$ das Integral

$$\int_1^{\infty} f_a(x) \, dx.$$

(Sie berechnen also den Flächeninhalt zwischen Graph und x -Achse im Bereich $x \in [1, \infty)$.)

- Bestimmen Sie ein $a > 0$ derart, dass der in b) berechnete Flächeninhalt minimal wird.

Frohe Weihnachten und ein gutes neues Jahr.

Abgabe am 9. Januar im Briefkasten Ihres Tutors.