

Mathematik für Biologen und Biotechnologen

Aufgabenblatt 12

(44) Gegeben seien die folgenden Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Welche der Matrizenprodukte $X \cdot Y$ mit $X, Y \in \{A, B, C\}$ können gebildet werden und welche nicht? Berechnen Sie die möglichen Matrizenprodukte.

(4 Punkte)

(45) Lösen Sie das als erweiterte Koeffizientenmatrix $(A \mid b)$ gegebene Gleichungssystem und bestimmen Sie die Lösungsmenge $\mathbb{L}(A; b)$.

(a) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & -1 \\ 2 & -3 & 4 & 8 \\ -3 & 1 & -2 & 2 \end{array} \right)$

(b) $\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \end{array} \right)$

(c) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \end{array} \right)$

(d) $\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ -1 & -2 & 1 & 0 & -2 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{array} \right)$

(2+2+2+2 Punkte)

(46) Sie sind auf dem Bielefelder Campus-Festival und haben folgende Produkte mit folgenden Inhaltsstoffen (jeweils pro 100ml) zur Verfügung:

	Veltins	Erdinger Weißbier	Jägermeister	Red Bull
Brennwert	40 kcal	44 kcal	250 kcal	46 kcal
Kohlenhydrate	2,9 g	2,6 g	14 g	11 g
Alkohol	4,8 ml	5,3 ml	35 ml	0 ml
Koffein	0 ml	0 ml	0 ml	32 ml

Sie möchten eine Mischung mit folgenden Inhaltsstoffen erreichen: Brennwert 1088 kcal, Kohlenhydrate 78 g, Alkohol 134,85 ml, Koffein 48 ml. Wieviel müssen Sie von den obigen Ingredienzien vermischen?

(3 Punkte)

- (47) In einem kleinen Waldgebiet leben (höchstens) vier verschiedene Arten von Pflanzenfressern, welche sich hauptsächlich von drei verschiedenen Pflanzenarten ernähren. Die Matrix

$$A = (a_{ij})_{i,j} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 6 \\ 3 & 1 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

beschreibt, wie viele Kilogramm jeder Pflanzenart von jedem Individuum einer Tierart täglich gefressen werden; d.h. ein Tier der Art j frisst a_{ij} Kilogramm der Pflanzenart i . Sie ermitteln, dass in besagtem Waldstück 12 kg der ersten, 29 kg der zweiten und 38 kg der dritten Pflanzenart gefressen werden.

- Können Sie aus diesen Daten auslesen, wie viele Tiere jeder Art im Waldgebiet leben?
- Eine Zählung ergibt, dass insgesamt mindestens 10 Tiere im Wald leben. Schließen Sie, dass eine der vier Tierarten im Waldgebiet doch nicht vorkommt.

(2+2 Punkte)

(Bonus) Wir betrachten das lineare Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Für welche reellen Zahlen λ ist das lineare Gleichungssystem eindeutig lösbar? Für welche λ gibt es keine Lösung? Für welche λ gibt es unendlich viele Lösungen?

(4* Punkte)

Abgabe bis 12 Uhr am Donnerstag, 03.07.2025.