

Mathematik für Biologen und Biotechnologen

Aufgabenblatt 3

(9) Bestimmen Sie alle Lösungen $x \in \mathbb{R}$ der folgenden Gleichungen:

- (a) $4^{x+3} = 8^{x-2}$,
- (b) $e^{x^2-1} = 2$,
- (c) $\log_9(x+2) = \log_3(x)$,
- (d) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-6x+10} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2x^2-6}$.

(2+2+2+2 Punkte)

- (10) (a) Bei einem Reaktorunfall, wie zum Beispiel am 26. April 1986 in Tschernobyl oder am 11. März 2011 in Fukushima, werden durch die Spaltung von ^{235}U (Uran) große Mengen des radioaktiven Isotops ^{137}Cs (Cäsium) freigesetzt. Cäsium hat eine Halbwertszeit von 30 Jahren. Wie lange dauert es, bis 33% des Cäsiums zerfallen sind?
- (b) Die Zerfallsrate des radioaktiven Isotops ^{238}U (Uran) beträgt etwa $1,551 \cdot 10^{-10}$ Jahre $^{-1}$ (d.h. $\lambda = -1,551 \cdot 10^{-10}$). Ermitteln Sie die Halbwertszeit. Wie lange dauert es, bis 0,1% des Urans zerfallen ist?

(2+2 Punkte)

- (11) (a) Dr. Alfred Biochef stellt seinen mühevoll auf 8°C heruntergekühlten Eistee in die Sonne und vergisst ihn. Der Eistee befindet sich dort in einer 38°C heißen Umgebung. Nach fünf Minuten stellt Alfred fest, dass sein Eistee eine Temperatur von 12°C hat. Bestimmen Sie die zugehörige Wachstumsfunktion, welche die Temperatur $y(t)$ in Grad Celsius des Eistees nach t Minuten abgibt. Nach welcher Zeit ist der Eistee wärmer als 20°C ?
- (b) Am nächsten Morgen füllt sich Alfred 75°C heißen Kaffee in seine Tasse. Anschließend verlässt er die Küche, um seine Zeitung zu holen. Als er zurück in die Küche kommt, hat sich der Kaffee auf 60°C abgekühlt. Weitere vier Minuten später hat der Kaffee eine Temperatur von 55°C erreicht. Die Umgebungstemperatur beträgt dabei konstant 25°C .
- (i) Bestimmen Sie die zugehörige Wachstumsfunktion, die die Temperatur des Kaffees nach t Minuten angibt.
 - (ii) Nach welcher Zeit hat der Kaffee eine Temperatur von 45°C erreicht? Wie lange hat Alfred gebraucht, um seine Zeitung zu holen?

(2+3 Punkte)

(12) Ein Bogen Papier der Fläche 1m^2 hat eine Dicke von $0,25\text{mm}$. Das Papier wird nun wieder und wieder mittig gefaltet.

- (i) Wie dick ist das Papier nach dem achten Faltvorgang?
- (ii) Wie groß ist seine Fläche nach dem zehnten Vorgang?
- (iii) Nach wie vielen Faltvorgängen ist das Papier erstmals einen Meter hoch?
- (iv) Nach wie vielen Faltvorgängen hat das Papier erstmals eine Fläche von weniger als einem Quadratzentimeter?

(1+1+1+1 Punkte)

Abgabe bis 12 Uhr am Donnerstag, 01.05.2025.