

Mathematik für Biologen und Biotechnologen

Aufgabenblatt 4

(13) Bestimmen Sie alle Lösungen $x \in \mathbb{R}$ der folgenden Gleichungen:

- (a) $e^{2x} + 1 = 2e^x$,
- (b) $e^{(e^x)} = 1$,
- (c) $\log_8(x^4) = \log_2(4x)$,
- (d) $\log_3(x) = \log_x(3)$.

(2+2+2+2 Punkte)

(14) Die Wurfparabel eines Geschosses sei durch quadratische Gleichung

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{7}{2}x + \frac{7}{4}$$

gegeben, wobei x die Flugweite in Metern und $f(x)$ die Flughöhe in Metern angibt.

- (a) Aus welcher Höhe wird das Geschoss abgefeuert?
- (b) Welche maximale Höhe erreicht das Geschoss?
- (c) Wie weit fliegt das Geschoss, bis es auf dem Boden (x -Achse) aufschlägt?

(1+2+2 Punkte)

(15) Einem Patienten werden 5mg eines Medikamentes pro Minute per Tropfinfusion ins Blut geleitet. Von der im Blut vorhandenen Menge werden jede Minute 4% über die Nieren wieder ausgeschieden.

- (a) Berechnen Sie den Gehalt $g(t)$ des Medikamentes im Blut für $t = 1, 2, 3$ und 4 Minuten.
- (b) Bestimmen Sie den Änderungsfaktor a und die Sättigungsgrenze S .
- (c) Nach wie vielen Minuten enthält das Blut des Patienten 100mg des Medikamentes?

(1+2+2 Punkte)

(16) Bestimmen Sie jeweils die Umkehrfunktion der folgenden Funktionen:

- (i) $f_1 : \mathbb{R} \setminus \{4\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{9\}$ mit $f(x) = \frac{1+9x}{4-x}$,
- (ii) $f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_2(x) = x^3 + 6$,
- (iii) $f_3 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_3(x) = \sqrt[5]{9 - 11x}$.

(1+1+1 Punkte)

(Bonus) Leiten Sie die Formeln aus Satz 2.17 her, d.h. zeigen Sie, dass die folgenden Gleichungen für alle $x, y \in (0, \infty)$, $r \in \mathbb{R}$ und $a, b > 0$, mit $a, b \neq 1$, gelten:

- (i) $\log_a(x \cdot y) = \log_a(x) + \log_a(y)$,
- (ii) $\log_a(x^r) = r \cdot \log_a(x)$,
- (iii) $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y)$,
- (iv) $\log_b(x) = \frac{\log_a(x)}{\log_a(b)}$.

Hinweis: Satz 2.15 aus der Vorlesung kann hier weiterhelfen.

(1*+1*+1*+2* Punkte)

Abgabe bis 12 Uhr am Donnerstag, 08.05.2025.