Dr. Timo Spindeler

Fakultät für Mathematik,
Universität Bielefeld

Sommersemester 2025
Bielefeld, 08.05.2025

Mathematik für Biologen und Biotechnologen

Aufgabenblatt 5

(17) Ein neues Spielzeug für Kinder kommt auf den Markt. Die Zielgruppe wird auf 300.000 Kinder geschätzt. Der Kollege, der die Statistik über den Verkauf führt, ist anfangs krank. So beginnen die Beobachtungen erst, als schon 20.000 Spielzeuge verkauft wurden. Vier Wochen später sind es schon 48.000. Wir gehen davon aus, dass sich die Verkaufszahlen nach dem logistischen Wachstumsmodell entwickeln.

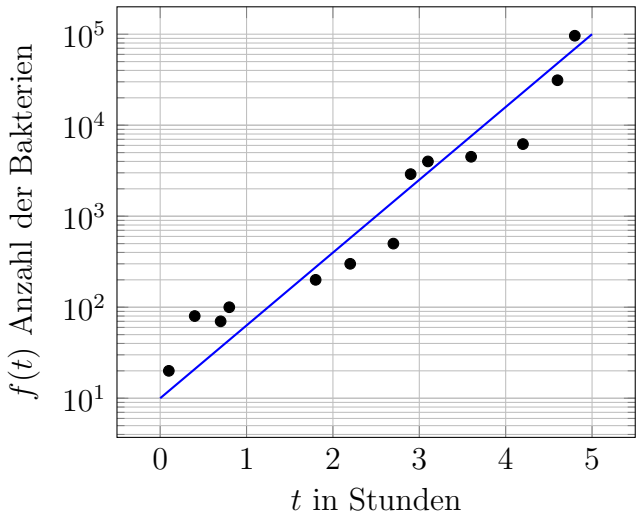
(a) Ermitteln Sie anhand dieser Daten eine Wachstumsgleichung $y(t)$, mit der sich die Verkaufszahlen des Spielzeugs beschreiben lassen ($y(t)$ in Tausend, t in Wochen).

(b) Wie viele Spielzeuge sind nach 16 Wochen (nach Beginn der Beobachtung) verkauft worden?

(c) Aufgrund der schlechten Auftragslage hatte die Firma einen Kredit aufgenommen, der acht Wochen nach Beginn der Beobachtungen zurückgezahlt werden muss. Mit den ersten 10.000 Spielzeugen machte die Firma je 2€ Gewinn, mit allen nachfolgenden je $2,10$€. War sie nach acht Wochen in der Lage, den Kredit von 200.000€ zurückzubezahlen?

(2+1+2 Punkte)

(18) Sie führen ein Experiment mit einer Bakterienkultur durch. Sie bestimmen die Anzahl der Bakterien zu gewissen Zeitpunkten t. Ihre Arbeitskollegin trägt Ihre Messergebnisse in folgendes Diagramm ein und ermittelt eine Gerade, die gut mit Ihren Messdaten übereinstimmt.



(a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung des abgebildeten Graphen als Exponentialfunktion zur Basis 10.

(b) Wie lautet die Funktionsgleichung, wenn diese in Form einer Exponentialfunktion zur Basis 2 notiert werden soll, d.h. $f(t) = c \cdot 2^{\lambda t}$ mit $c, \lambda \in \mathbb{R}$?

(c) Bestimmen Sie diejenige Basis a, sodass der Graph von f in einfach logarithmischen Koordinaten bzgl. der Basis a einer Gerade mit Steigung 1 entspricht.

(d) Skizzieren Sie in einer Kopie des oben dargestellten Koordinatensystems die Graphen der folgenden Funktionen:

(i) $g_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g_1(t) = f(t) + 50$,

(ii) $g_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g_2(t) = 10 f(t)$,

(iii) $g_3 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g_3(t) = \big(f(t)\big)^2$.

(2+2+2+3 Punkte)

(19) Skizzieren Sie den Funktionsgraphen der Funktion

$$f : (0, \infty) \to (0, \infty)\,, \qquad f(x) = 8x^{\frac{1}{3}}\,,$$

auf dem Intervall $\left[\frac{1}{256}, 256\right]$, indem Sie die Koordinatenachsen geeignet logarithmisch skalieren.

(3 Punkte)

(Bonus) Teilen Sie Ihrem Tutor/Ihrer Tutorin mit, welche Themen Sie gerne wiederholen und im Tutorium zum fünften Aufgabenblatt besprechen möchten.

(0^* Punkte)

Abgabe bis 12 Uhr am Donnerstag, 15.05.2025.