

Mathematik für Biologen und Biotechnologen

Aufgabenblatt 6

(20) Bestimmen Sie alle Lösungen $x \in \mathbb{R}$ der folgenden Gleichungen:

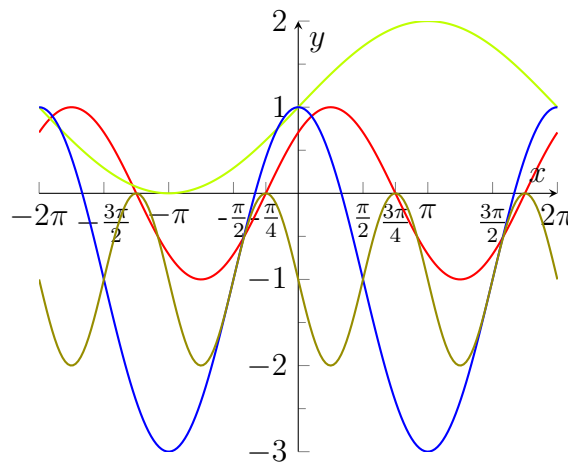
(a) $\sin^2(x) + \cos(x) = 1,$

(b) $\sin^3(x) - \sin(x) = 0,$

(c) $\sin(2x) + \cos(x) = 0.$

(2+2+2 Punkte)

(21) (a) Die unten angegebenen farbigen Linien stellen jeweils einen Teil des Graphens einer modifizierten Sinusfunktion der Form $f(t) = m + a \cdot \sin(w(t + \theta))$ dar. Ermitteln Sie die Parameter m, a, w und θ für die rote, blaue, die hell- und die olivgrüne Linie.



(b) Konstruieren Sie eine modifizierte Sinusfunktion, die durch die Punkte $(1, 1)$ und $(2, 3)$ geht.

(4+3 Punkte)

(22) Die Zeitdauer zwischen Sonnenaufgang und Sonnenuntergang wird als Tageslänge bezeichnet. Die Tageslänge $f(t)$ am Tag t eines Jahres an einem bestimmten Ort kann gut durch eine modifizierte Sinusfunktion $f : [0, \infty) \rightarrow [0, 24]$ der Form

$$f(t) = m + a \sin\left(\frac{2\pi}{365}(t - \theta)\right), \quad a, m, \theta \in \mathbb{R},$$

beschrieben werden.

- (a) Messungen in Bielefeld ergaben folgende Ergebnisse für das Jahr 2021: Am 20. Juni 2021, d.h. am 171. Tag des Jahres, ist der Tag mit etwa 16,68 Stunden am längsten. Der kürzeste Tag, der 21. Dezember 2021, war 7,7 Stunden lang. Bestimmen Sie für die angegebenen Daten die Konstanten $m, a, \theta \in \mathbb{R}$, sodass f die Tageslänge in Bielefeld für das Jahr 2021 angibt. Skizzieren Sie den Graphen von f .
- (b) Die Ackerschmalwand (*Arabidopsis thaliana*) beginnt die Blütezeit, sobald es länger als 16 Stunden hell ist. Bestimmen Sie für den in (a) bestimmten Tageslängenverlauf den Tag, an dem die Ackerschmalwand in Bielefeld ihre Blüte beginnt.

(2+2 Punkte)

- (23)** (i) Die Funktionen $f(x) = \cos(x)$ und $g(x) = \arccos(x)$ sind zueinander inverse Funktionen. Warum gilt dann $\arccos(\cos(-\frac{\pi}{6})) = -\frac{\pi}{6}$ nicht?
- (ii) Dr. Alfred Biochef sagt Ihnen in einer Vorlesung, dass die Gleichung

$$\cos(\arcsin(x)) = \sqrt{1-x^2}$$

gilt. Ist das korrekt? Falls ja, für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt diese Gleichung?

(1+2 Punkte)

- (Bonus)** (a) Berechnen Sie unter Verwendung der Wertetabelle auf Seite 26 der Vorlesungsnotizen den Wert $\sin(5\pi/12)$.
- (ii) Zeigen Sie, dass die Äquivalenz

$$\cos(x) = 0 \iff x \in \{(2k+1) \cdot \frac{\pi}{2} : k \in \mathbb{Z}\}$$

gilt. Verwenden Sie hierfür Teil (iii) und (vi) von Satz 2.26.

(2*+2* Punkte)

Abgabe bis 12 Uhr am Donnerstag, 22.05.2025.