

Lineare Algebra 1
Präsenzübungsblatt 14

Sei K ein Körper.

Aufgabe 1. Für welche $n \in \mathbb{N}$ sind folgende Aussagen wahr, für welche falsch?

- (1) “Für $A, B \in \text{Mat}_n(K)$ gilt $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$.”
- (2) “Für $A \in \text{Mat}_n(K)$ und $k \in K$ gilt $\det(kA) = k \det(A)$.”
- (3) “Für $A \in \text{Mat}_n(K)$ und $k \in K$ gilt $\det(kA) = k^n \det(A)$.”
- (4) “Die Abbildung $\det : \text{Mat}_n(K) \rightarrow K$ ist K -linear.”

Aufgabe 2.

- (1) Fertigen Sie eine Liste der Elemente der symmetrischen Gruppe S_3 vom Grad 3 an, in der Sie die Elemente sowohl in Matrix- als auch in Zykelnotation, sowie ihre Signatur notieren.
- (2) Sei

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \in \text{Mat}_3(K).$$

Zeigen Sie, dass

$$\det(A) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} + a_{31}a_{12}a_{23} - a_{11}a_{32}a_{23} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{21}a_{12}a_{33}$$

gilt.

Aufgabe 3. Sei $n \in \mathbb{N}$ ungerade und $A \in \text{Mat}_n(K)$ mit $A^{\text{tr}} = -A$. Zeigen Sie, dass

$$2 \det(A) = 0$$

gilt.