

**Lineare Algebra 1**  
**Präsenzübungsblatt 14**

Sei  $K$  ein Körper.

**Aufgabe 1.** Für welche  $n \in \mathbb{N}$  sind folgende Aussagen wahr, für welche falsch?

- (1) “Für  $A, B \in \text{Mat}_n(K)$  gilt  $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$ .”
- (2) “Für  $A \in \text{Mat}_n(K)$  und  $k \in K$  gilt  $\det(kA) = k \det(A)$ .”
- (3) “Für  $A \in \text{Mat}_n(K)$  und  $k \in K$  gilt  $\det(kA) = k^n \det(A)$ .”
- (4) “Die Abbildung  $\det : \text{Mat}_n(K) \rightarrow K$  ist  $K$ -linear.”

**Aufgabe 2.**

- (1) Fertigen Sie eine Liste der Elemente der symmetrischen Gruppe  $S_3$  vom Grad 3 an, in der Sie die Elemente sowohl in Matrix- als auch in Zykelnotation, sowie ihre Signatur notieren.
- (2) Sei

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \in \text{Mat}_3(K).$$

Zeigen Sie, dass

$$\det(A) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} + a_{31}a_{12}a_{23} - a_{11}a_{32}a_{23} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{21}a_{12}a_{33}$$

gilt.

**Aufgabe 3.** Sei  $n \in \mathbb{N}$  ungerade und  $A \in \text{Mat}_n(K)$  mit  $A^{\text{tr}} = -A$ . Zeigen Sie, dass

$$2 \det(A) = 0$$

gilt.