

Lineare Algebra 2
Übungsblatt 11

Abgabe bis 10:00 Uhr am Donnerstag, den 28. Juni 2018, im Postfach
Ihrer Tutorin bzw. Ihres Tutors.

Aufgabe 1. Sei R ein Integritätsbereich. Zeigen Sie:

- (1) Elemente $a, b \in R$ sind genau dann assoziiert (d.h. $a|b$ und $b|a$), wenn es eine Einheit $e \in R^\times$ gibt mit $a = eb$.
- (2) Jedes Primelement $a \in R \setminus \{0\}$ ist irreduzibel.

Aufgabe 2. Seien a_1, \dots, a_r Elemente eines Integritätsbereichs R . Zeigen Sie: Sind d und d' größte gemeinsame Teiler von a_1, \dots, a_r , so sind d und d' assoziiert.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie

- (1) die irreduziblen Elemente in den Polynomringen $\mathbb{C}[X]$ und $\mathbb{R}[X]$,
- (2) die irreduziblen Polynome in $\mathbb{Z}/(2)[X]$ vom Grad höchstens 4.

Aufgabe 4. Sei $n \in \mathbb{N}$.

- (1) Bestimmen Sie alle Einheiten sowie alle Nullteiler des Rings $\mathbb{Z}/(n)$.
- (2) Für welche n ist $\mathbb{Z}/(n)$ ein Integritätsbereich?