Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld

Prof. Dr. Christopher Voll
Sommersemester 2018

Lineare Algebra 2
Übungsblatt 12

Abgabe bis 10:00 Uhr am Donnerstag, den 05. Juli 2018, im Postfach Ihrer Tutorin bzw. Ihres Tutors.

⋆⋆⋆

Sei K ein Körper.

Aufgabe 1. Seien V ein endlich-dimensionaler K-Vektorraum und $f \in \mathrm{End}(V)$. Zeigen Sie: Genau dann ist das charakteristische Polynom von f irreduzibel, wenn $\{0\}$ und V die einzigen f-invarianten K-linearen Unterräume von V sind.

Aufgabe 2. Zeigen Sie: Für jedes $n \in \mathbb{N}$ ist jede Matrix $A \in \mathrm{Mat}_n(K)$ konjugiert zu ihrer Transponierten A^{t}.

Aufgabe 3. Berechnen Sie die Invariantenteiler der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & -4 & 1 \\ -3 & 3 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & -3 & 5 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}_4(\mathbb{Z}).$$

Bestimmen Sie eine Diagonalmatrix $D \in \mathrm{Mat}_4(\mathbb{Z})$, zu der A äquivalent ist.

Aufgabe 4. Gegeben sei

$$A = \begin{pmatrix} 1-X & 1+X & X \\ X & 1-X & 1 \\ 1+X & 2X & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}_3(\mathbb{Q}[X]).$$

Bestimmen Sie $S, T \in \mathrm{GL}_3(\mathbb{Q}[X])$ mit

$$SAT = \mathrm{diag}(c_1, c_2, c_3),$$

wobei $c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{Q}[X]$ mit $c_1 | c_2 | c_3$.