

Mathematik 2 für Chemie
Präsenzübungsblatt 10

Seien K ein Körper und V ein K -Vektorraum.

Aufgabe 1. Seien ferner $v_1, \dots, v_n \in V$ und $f : K^n \rightarrow V$ die durch

$$f((x_1, \dots, x_n)) := \sum_{i=1}^n x_i v_i$$

definierte Abbildung. Zeigen Sie:

- (1) f ist eine K -lineare Abbildung.
- (2) f ist genau dann surjektiv, wenn (v_1, \dots, v_n) ein Erzeugendensystem von V ist.

Aufgabe 2. Seien W ein weiterer K -Vektorraum und \mathcal{B}_V eine Basis von V . Zeigen Sie: Eine lineare Abbildung $f : V \rightarrow W$ ist durch ihre Werte auf \mathcal{B}_V eindeutig festgelegt.

Aufgabe 3. Welche der folgenden Abbildungen sind nicht \mathbb{R} -linear?

- (1) $f_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x_1, x_2) \mapsto 5x_2 - 6x_1,$
- (2) $f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad x \mapsto (x - 2, x + 1),$
- (3) $f_3 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x_1, x_2) \mapsto (x_1, 0),$
- (4) $f_4 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x_1, x_2) \mapsto (x_2 x_1, x_1 + 2x_x)?$

Begründen Sie Ihre Antworten.