Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld

Prof. Dr. Christopher Voll
Sommersemester 2018

Mathematik 2 für Chemie

Präsenzübungsblatt 13

Aufgabe 1. Berechnen Sie

$$\frac{\partial}{\partial x} x^3 \sin(y^4), \quad \frac{\partial}{\partial y} x^3 \sin(y^4), \quad \frac{\partial}{\partial t} x^3 \sin(y^4).$$

Aufgabe 2. Aus Aufgabe 2 des 14. Übungsblatts der MfC1-Vorlesung kennen Sie bereits die Maxwell-Boltzmann-Verteilung ρ als Wahrscheinlichkeitsdichte, die in der kinetischen Gastheorie die Verteilung der Geschwindigkeiten von Teilchen eines idealen Gases beschreibt. Sie ist gegeben durch die Gleichung

$$\rho(v, T) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(\frac{-mv^2}{2kT} \right).$$

Hierbei sind T die Temperatur des Gases, m die Masse eines einzelnen Teilchens und k die Boltzmann-Konstante. Grob gesprochen gibt $\rho(v, T)$ den Anteil der Teilchen mit Geschwindigkeit v bei Temperatur T an.

Berechnen Sie den Gradienten von ρ als Funktion von v und T; betrachten Sie hierbei m und k als Konstanten.

Aufgabe 3. Für eine Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ schreiben wir, für $i, j \in \{1, \ldots, n\}$,

$$\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} f = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial}{\partial x_j} f \right).$$

Wir definieren den *Laplace-Operator* Δ durch

$$\Delta f = \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_1} f + \cdots + \frac{\partial^2}{\partial x_n \partial x_n} f.$$

Wir nennen f *harmonisch*, wenn $\Delta f = 0$ gilt. Berechnen Sie, für jede der folgenden Funktionen f, jeweils den Gradienten $\mathrm{grad}(f)$ und entscheiden Sie, ob die Funktion harmonisch ist.

(1) $f(x, y, z) = y^2 + \cos(xy) + \ln(z)$,
(2) $f(x, y) = x^5 - 10x^3y^2 + 5xy^4$,
(3) $f(x, y) = x^2 - y^2$.