Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld

Prof. Dr. Christopher Voll
Sommersemester 2018

Mathematik 2 für Chemie
Präsenzübungsblatt 5

Aufgabe 1. Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ -7 & -6 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}_2(\mathbb{R}).$$

Bestimmen Sie die Menge aller Matrizen $X \in \mathrm{Mat}_2(\mathbb{R})$ derart, dass

$$AX = B$$

gilt.

Aufgabe 2. Bestimmen Sie eine Matrix $A \in \mathrm{Mat}_2(\mathbb{R})$ und einen Vektor $b \in \mathbb{R}^2$ derart, dass

$$\mathbb{L}_{A,b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mathbb{R} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

gilt. Was können Sie zur Menge aller solchen Paare (A, b) sagen?

Aufgabe 3. Wir betrachten die folgenden Arten von Umformungen einer $m \times n$-Matrix über einem Körper K:

(R1) Multiplikation einer Zeile von A mit einem beliebigen $\lambda \in K \setminus \{0\}$.
(R2) Vertauschen zweier Zeilen.
(R3) Addition eines beliebigen Vielfachen einer Zeile zu einer anderen.

Wir nennen Matrizen C und C' *zeilenäquivalent*, geschrieben $C \sim C'$, falls C' aus C durch endlich viele Instanzen von Umformungen des Typs (R1), (R2) oder (R3) hervorgeht.

Gegeben seien nun zwei erweiterte Koeffizientenmatrizen $(A|b), (A'|b') \in \mathrm{Mat}_{m,(n+1)}$. Zeigen Sie, dass

$$(A|b) \sim (A'|b') \Rightarrow \mathbb{L}_{A,b} = \mathbb{L}_{A',b'}.$$

Gilt die Umkehrung?