

Mathematik 2 für Chemie
Präsenzübungsblatt 7

Aufgabe 1. In der Vorlesung hatten wir gesehen, dass die Matrizen

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 4 & -4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C' = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \text{Mat}_{4,5}(\mathbb{R})$$

zeilenäquivalent sind.

Bestimmen Sie nun Elementarmatrizen E_1, \dots, E_k derart, dass

$$C = E_1 E_2 \dots E_k C'$$

gilt.

Aufgabe 2.

- (1) Bestimmen Sie, zu jeder der Elementarmatrizen E_i , die Sie in Aufgabe 1 bestimmt haben, eine Matrix F_i derart, dass

$$E_i F_i = F_i E_i = \text{Id}_4$$

gilt. (Die Matrizen F_i heißen die *Inversen* der Matrizen E_i .)

- (2) Sei $E := E_1 E_2 \dots E_k$. Finden Sie eine Matrix E^{-1} derart, dass

$$E^{-1} E = E E^{-1} = \text{Id}_4$$

gilt.

Aufgabe 3. Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 6 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 4 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in \text{Mat}_{4,5}(\mathbb{R}).$$

- (1) Benutzen Sie das Gaußsche Eliminationsverfahren, um eine zu A (zeilen-)äquivalente Matrix in Zeilenstufenform zu bestimmen.
(2) Benutzen Sie diese Matrix, um die Lösungsmenge des Gleichungssystems

$$Ax = \begin{pmatrix} 7 \\ 19 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix}$$

zu bestimmen.