

Mathematik für Naturwissenschaften I
Präsenzübungsblatt 2

Aufgabe 1. Zeigen Sie, dass für alle natürlichen Zahlen n gilt

$$\sum_{i=0}^n (-1)^{n-i} \binom{n}{i} = 0 = \sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i}$$

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass für alle natürlichen Zahlen n gilt

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass für alle natürlichen Zahlen j, m, n gilt

$$\binom{m+n}{j} = \sum_{i=0}^j \binom{m}{j-i} \binom{n}{i}.$$

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass für alle natürlichen Zahlen n gilt

$$\prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Aufgabe 5. Für $x, y \in \mathbb{R}$ sei $\max(x, y)$ (bzw. $\min(x, y)$) die grössere (bzw. kleinere) der beiden Zahlen. Zeigen Sie, dass gilt

$$\begin{aligned} \max(x, y) &= \frac{1}{2} (x + y + |x - y|), \\ \min(x, y) &= \frac{1}{2} (x + y - |x - y|). \end{aligned}$$