Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld

Prof. Dr. Christopher Voll
Wintersemester 2019/20

Mathematik für Naturwissenschaften I
Präsenzübungsblatt 5

⋆ ⋆ ⋆

Aufgabe 1. Zeigen Sie, dass jede absolut konvergente Reihe konvergiert.
Hinweis. Cauchy-Kriterium.

Aufgabe 2. Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten der nachstehenden Reihen.

(a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^4 + n^2 + 7}.$$

(b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{n^2 + 7}.$$

(c)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}.$$

(d)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{n!}.$$

(e)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 7}{2n^4 + n^3 + 4}.$$

(f)
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{n^n}.$$

Hinweis. @ (b): Vergleich mit der harmonischen Reihe. @ (d): Quotientenkriterium. @ (e): Majorantenkriterium. @ (f): Leibniz-Kriterium.

Aufgabe 3. Warum ist das Quotientenkriterium *nicht* auf die harmonische Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ anwendbar? Schließlich gilt doch

$$\left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \frac{n}{n+1} < 1$$

für alle n.