

Mathematik für Naturwissenschaften I
Präsenzübungsblatt 7

Aufgabe 1. Sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit $f(a) > 0$. Zeigen Sie, dass ein $\delta > 0$ existiert mit $f(x) > f(a)/2 > 0$ für alle $x \in U_\delta(a)$. Illustrieren Sie diese Aussage durch eine Skizze.

Hinweis. ε - δ -Kriterium mit $\varepsilon := f(a)/2 > 0$.

Aufgabe 2. Bestimmen Sie die ersten zwei Ableitungen der Funktion

$$f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x \log x.$$

Aufgabe 3. Seien $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zweimal differenzierbar. Bestimmen Sie die ersten zwei Ableitungen des Produkts fg .

Hinweis. Hier geht es um das (punktweise) Produkt fg und *nicht* um die Verkettung $f \circ g$.

Aufgabe 4. Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung der folgenden Funktionen.

- (a) $f(x) = a^x$ ($a > 0$).
- (b) $f(x) = x^x$ ($x > 0$).
- (c) $f(x) = a^{(x^x)}$ ($a, x > 0$).
- (d) $f(x) = x^2 \cos(1/x)$ ($x \neq 0$).

Hinweis. Per Definition gilt $a^x = \exp(x \log a)$.