Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld

Prof. Dr. Christopher Voll
Wintersemester 2019/20

Mathematik für Naturwissenschaften I
Präsenzübungsblatt 9

⋆ ⋆ ⋆

Aufgabe 1. Beweisen Sie die Formel für partielle Integration: Für stetig differenzierbare Funktionen $f, g : I \to \mathbb{R}$ auf einem reellen Interval I gilt

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx,$$

Aufgabe 2. Bestimmen Sie folgende unbestimmte Integrale:

(1) $\int x \sin(x)dx$,
(2) $\int \log(x)dx$,
(3) $\int x^2 e^x dx$,
(4) $\int x \sin(x^2)dx$,
(5) $\int x^3 \sin(x^2 - 1)dx$,
(6) $\int \sin(x^2)dx$.

Hinweis: In Teil (6) sollten Sie von der Taylorreihe der Sinusfunktion Gebrauch machen.

Aufgabe 3. Sei $a \in \mathbb{R}$. Eine Funktion $f : [-a, a] \to \mathbb{R}$ heißt *ungerade*, falls $f(-x) = -f(x)$ für alle $x \in [-a, a]$. Zeigen Sie: Ist f integrierbar, so gilt

$$\int_{-b}^{b} f(x)dx = 0$$

für alle $b \in [-a, a]$.

Aufgabe 4. Es sei $\mathcal{S}$ die Menge aller Drehungen und Spiegelungen der Ebene, die ein fest gewähltes gleichseitiges Dreieck auf sich selbst abbilden.

(1) Vergewissern Sie sich, dass $\mathcal{S}$ sechs Elemente hat. Erfinden Sie eine Notation, mit der sie die sechs Elemente von $\mathcal{S}$ bezeichnen.
(2) Vergewissen Sie sich, dass die Menge $\mathcal{S}$, zusammen mit der Hintereinanderausführung $\star$ von Abbildungen, eine Gruppe bildet. Welches Element ist das Neutralelement?
(3) Zeigen Sie, dass es Elemente $a, b \in \mathcal{S}$ gibt derart, dass $a \star b \neq b \star a$, d.h. dass $\mathcal{S}$ nicht abelsch ist.